

Exercice 1 :

Soit $f(x) = ax^4 + bx^3 + x^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$.

1° Montrer que 0 n'est pas racine de $f(x)$, puis que si α est racine de $f(x)$, alors $\frac{1}{\alpha}$ l'est aussi.

2° Si $x \neq 0$, on pose $y = x + \frac{1}{x}$.

- Exprimer y^2 et en déduire l'expression de $\frac{f(x)}{x^2}$ en fonction de a , b , y et y^2 .
- Montrer que résoudre l'équation $f(x) = 0$ revient à résoudre successivement deux équations du second degré.
- Montrer que $b^2 < 4a(-2a)$, alors l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution.

3° Résoudre l'équation $x^4 - x^3 - 10x^2 - x + 1 = 0$.

Exercice 2 :

Soit ABC un triangle équilatéral, de côté a . On suppose que : $(\overline{AB}, \overline{AC}) = \frac{\pi}{3}$. I est le milieu du segment [AB], J celui du segment [AC]. On note K le symétrique du point J par rapport à (AB).

- Déterminer les angles $(\overline{BJ}, \overline{BA}), (\overline{BJ}, \overline{BK}), (\overline{BC}, \overline{BK})$.
- Déduisez-en la nature du triangle BCD, et la distance CK.
- On note α l'angle $\left|(\overline{CB}, \overline{CK})\right|$. Calculer $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$.
- Soit L le point du plan tel que CKL soit un triangle équilatéral direct ?
 - Montrer l'égalité : $BL^2 = \frac{11}{4}a^2 - a^2\sqrt{7}\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$.
 - Calculer alors la distance BL.
- En appliquant la relation d'al Kashi dans le triangle LBC. Calculer $\cos(\overline{BC}, \overline{BL})$.
- Déduisez l'alignement des points L, B, I et montrer que L est le symétrique du point I par rapport à B.