OFFICE DU BACCALAUREAT
Téléfax (221) 33 824 65 81 - Tél. : 33 824 95 92 - 33 824 65 81

Durée : 4 heures
Séries : S2-S2A-S4-S5 – Coef. 5

**Epreuve du 1er groupe**

# MATHEMATIQUES

**Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12.08.1988).**

## EXERCICE 1 (03 points)

Une étude sur le nombre d'années d'exercice X, des ouvriers d'une entreprise et leur salaire mensuel Y en milliers de francs, a donné les résultats indiqués dans le tableau ci-dessous avec des données manquantes désignées par a et b.

| Y \ X | 2 | 6 | 10 | 14 | 18 | 22 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 75 | a | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 125 | 0 | 7 | 1 | 0 | 2 | 0 |
| 175 | 2 | 0 | 9 | 8 | 15 | 4 |
| 225 | 0 | 1 | 0 | 3 | b | 1 |

1) Déterminer a et b pour que la moyenne de la série marginale de X soit égale à $\frac{596}{59}$ et celle de la série marginale de Y soit $\frac{8450}{59}$. **(0,25 + 0,25 pt)**
2) Dans la suite, on suppose que a = 40 et b = 20. A chaque valeur $x_i$ de X on associe la moyenne $m_i$ de la série conditionnelle : $Y/X = x_i$. On obtient ainsi la série double (X, M) définie par le tableau ci-dessous. Les calculs se feront à deux chiffres après la virgule.

| X | 2 | 6 | 10 | 14 | 18 | 22 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| M | 80 | 113 | 170 | 189 | 199 | 185 |

a) Calculer le coefficient de corrélation de X et M puis interpréter le résultat. **(01,75 pt)**
b) Déterminer l'équation de la droite de régression de M en X. **(0,5 pt)**
c) Quelle serait le salaire moyen d'un ouvrier de l'entreprise si son ancienneté était 30 ans, si cette tendance se poursuit. **(0,25 pt)**

## EXERCICE 2 (05 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ tel que $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 2$ ; l'unité est le centimètre.

1) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^3 = 1$. Les solutions seront données sous forme trigonométrique et sous forme algébrique. **(0,75 pt)**
b) En remarquant que $2^3 = 8$, déduire de 1)a) les solutions de l'équation $z^3 = 8$. **(0,75 pt)**
2) On donne les points A, B et C d'affixes respectives $-1 + i\sqrt{3}$, 2 et $-1 - i\sqrt{3}$.
a) Placer ces points dans le repère. **(0,75 pt)**
b) Calculer le module et un argument de $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$. **(0,5 pt)**
c) En déduire la nature du triangle ABC. **(0,25 pt)**
3) On considère f, la transformation du plan dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' tel que : $z' = e^{i\frac{2\pi}{3}}z$.
a) Déterminer la nature de f puis donner ses éléments géométriques caractéristiques. **(01 pt)**
b) Déterminer les affixes des points A' et C' images respectives des points A et C par f. **(0,5 pt)**
c) En déduire l'image de la droite (AC) par f. **(0,5 pt)**

**EXERCICE 3** **(03 points)**

Un tiroir contient, pêle-mêle, 5 paires de chaussures noires, 3 paires de chaussures vertes et 2 paires de chaussures rouges. Toutes les paires de chaussures sont de modèles différents, mais indiscernables au toucher.

1) On tire simultanément 2 chaussures au hasard et l'on admet l'équiprobabilité des tirages.
   a) Calculer la probabilité de l'événement A : « tirer 2 chaussures de la même couleur ». **(0,5 pt)**
   b) Calculer la probabilité de l'événement B : « tirer un pied gauche et un pied droit ». **(0,5 pt)**
   c) Montrer que la probabilité de l'événement C : « tirer les deux chaussures d'un même modèle » est $\frac{1}{19}$. **(0,25 pt)**
2) On ne conserve plus dans le tiroir qu'une paire de chaussures noires et une paire de chaussures rouges. On tire successivement et sans remise une chaussure du tiroir jusqu'à ce que le tiroir soit vide.
   On note X la variable aléatoire égale au rang d'apparition de la deuxième chaussure noire.
   a) Justifier que X prend les valeurs 2, 3, 4. **(0,5 pt)**
   b) Montrer que la loi de probabilité de X est : $p(X = 2) = \frac{1}{6}$ ; $p(X= 3) = \frac{1}{3}$ et $p(X=4) = \frac{1}{2}$. **(0,75 pt)**
   c) Calculer son espérance mathématique et son écart-type. **(0,25 + 0,25 pt)**

**PROBLEME** **(09 points)**

Les parties A et B du problème ne sont pas indépendantes.

**PARTIE A**

1) Etudier sur $\mathbb{R}$ le signe de $4e^{2x} - 5e^x + 1$. **(0,5 pt)**
2) Soit $\varphi$ la fonction définie par : $\varphi(x) = \ln x - 2\sqrt{x}+2$.
   a) Déterminer son domaine de définition $D_\varphi$ et calculer ses limites aux bornes de $D_\varphi$. **(0,75 pt)**
   b) Etudier ses variations et dresser son tableau de variations. **(01 pt)**
   c) En déduire son signe. **(0,25 pt)**

**PARTIE B**

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} x + \dfrac{e^x}{2e^x - 1} & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - x + \sqrt{x}\ln x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

On désigne par ($\mathscr{C}_f$) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé d'unité 2 cm.

1) a) Déterminer $D_f$ le domaine de définition de f. **(0,5 pt)**
   b) Calculer les limites de f aux bornes de $D_f$ et étudier les branches infinies de ($\mathscr{C}_f$). **(01 + 0,5 pt)**
   c) Etudier la position de ($\mathscr{C}_f$) par rapport à l'asymptote non parallèle aux axes dans $]-\infty, 0]$. **(0,25 pt)**
2) a) Etudier la continuité de f en 0. **(0,25 pt)**
   b) Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter graphiquement les résultats. **(0,25 + 0,25 pt)**
3) Déterminer la dérivée de f et dresser le tableau de variations de f. **(0,5 + 0,5 pt)**
4) Construire dans le repère les asymptotes, la courbe ($\mathscr{C}_f$) et les demi-tangentes. On remarquera que $f(1) = 0$ et $f'(1) = 0$. **(02 pts)**
5) Calculer en $cm^2$ l'aire du domaine délimité par ($\mathscr{C}_f$), la droite d'équation $y = x$ et les droites d'équations $x = -\ln 8$ et $x = -\ln 4$. **(0,5 pt)**