SCIENCE EN HERBE **MATHS PREMIERE S2 & S4 & S5**

COMPOSITION N°1 DU 2nd SEMESTRE :

DUREE : 4H

Exercice 1 :

1. Résoudre dans $\left[-\pi, 2\pi\right]$ l'équation : $\cos\left(-2x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}$
2. a) Développer en utilisant la formule d'addition : $\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

   b) Démontrer que $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$ et $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$

   c) Résoudre dans $\left[-2\pi, \pi\right]$ l'équation : $\sqrt{3}\cos x-\sin x=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$

   Placer les points images des solutions sur le cercle trigonométrique.

Exercice 2 :

On pose : A = $\cos^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{2\pi}{8}+\cos^2\frac{3\pi}{8}+...+\cos^2\frac{7\pi}{8}$

a) Comparer $\cos\frac{7\pi}{8}$ et $\cos\frac{\pi}{8}$, puis $\cos\frac{6\pi}{8}$ et $\cos\frac{2\pi}{8}$, enfin $\cos\frac{5\pi}{8}$ et $\cos\frac{3\pi}{8}$.

Déduisez-en une écriture simplifiée de A.

b) Comparer $\cos\frac{3\pi}{8}$ et $\sin\frac{\pi}{8}$.

c) Montrer que A = 3

Problème :

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\begin{cases}\frac{2x^2-7x+5}{x-3}, & \text{si } x\geq 1\\ \frac{x-1}{x-2}, & \text{si } x<1\end{cases}$

1) a) Déterminer le domaine de définition Df de f.
   b) Calculer les limites aux bornes de Df.
   c) Préciser les branches infinies relatives à la courbe (C) de f.
2) a) Etudier la continuité de f en 1.
   b) Etudier la dérivabilité de f en 1.
   Donner une interprétation géométrique des résultats.
3) a) Calculer f'(x) dans le domaine de dérivabilité de f.
   b) Etudier les variations de f, puis dresser le tableau de variation de f.
4) Préciser les points d'intersection de la courbe (C) avec les axes de coordonnées.
5) Tracer la courbe (C).
6) Soit m un paramètre réel. Résoudre graphiquement l'équation f(x) = m.