AN/ SERIE N°0 : CALCUL ALGEBRIQUE

EXERCICE 1: « Identités remarquables »

1. Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes en utilisant les propriétés des identités remarquables.

A= $(2x + 3)^2$; B = $\left(\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}\right)^2$; C= $\left(x-\frac{1}{3}\right)^2$; D = $\left(7x-\frac{1}{2}\right)^2$; E= $(3x -4)(3x+4)$; F = $\left(\frac{2}{3}x+1\right)\left(\frac{2}{3}x-1\right)$.

2. Factoriser les expressions suivantes en utilisant les propriétés des identités remarquables.

A=$9x^2 + 6x + 1$; B= $16x^2 + 9 + 24x$; C=$\frac{4}{9}x^2 -1$; D= $25x^2 -10x +1$; E= $36-12x + x^2$; F= $4x^2 - 9$.

EXERCICE 2: « Développement »

Développer, réduire et ordonner chacune des expressions suivantes.

$A(x) = (2x - 1)(4x + 3) + 2(5x - 3)(5x + 3)$; $B(x) = (3x - 1)^2 - 2(3x - 1)(x + 5) + (5 + x)^2$.

EXERCICE 3: « Factorisation »

Factoriser chacune des expressions suivantes.

$A(x) = (7x- 1)(4x-2)-(1-7x)(3x -1)$; $B(x) = 9x^2 -1 - (6x + 2)(9x -1)$; $C(x) =4(4x -1)^2- 9(3x+2)^2$.

EXERCICE 4: Au BFEM du 2ND groupe

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse

1. En développant, $5x(2x - 3) - 4(x + 2) -10x^2$ on trouve $-19x + 8$.

2. « Choisir un nombre a, ajouter 2 au triple de a, élevé au carré le nombre obtenu, puis retrancher 7» correspond à l'expression : $a + (2a + 3)^2 - 7$

3. L'expression : $-9x^2 + 4 = (3x - 2)(3x + 2)$.

EXERCICE 5: BFEM 2009

On donne : $f(x) = 5x^2 - 20 + (-3x +6)(4x + 3)$ et $g(x) = (x - 2)(1 -7x)$.

1. Développer, réduire et ordonner chacune des expressions suivantes $f(x)$ et $g(x)$.

2. En déduire une factorisation de $f(x)$.

EXERCICE 6: BFEM 2007

On considère les expressions $f(x)$ et $g(x)$ suivantes : $f(x) = (3x-2)^2 -3x +2$ et $g(x) = (2x + 3)^2-(x + 4)^2$.

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$.

2. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.

3. On pose $h(x) = \frac{(3x-3)(3x-2)}{(x-1)(3x+7)}$

a) Dites pourquoi on ne peut pas calculer h(1).

b) Donner la condition d'existence de $h(x)$ puis simplifier $h(x)$.

c) Calculer h $\left(\frac{1}{3}\right)$ puis donner sa valeur approchée à 10^{-1} prés par défaut.

EXERCICE 7: BFEM 2005

On donne les expressions suivantes : $f(x) = (3x - 5)^2 - (2x - 1)^2$ et $g(x) = x^2 + (2x + 1)(5 - x) - 25$.

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$.

2. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.

3. Soit $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ a) Donner la condition d'existence de $h(x)$. b) Simplifier $h(x)$

4. Comparer : h (0) et h (

AN/ SERIE N°1 : RACINE CARREE

EXERCICE 1:

Donner une écriture simple des nombres réels suivants :

$A = \sqrt{200} - 3\sqrt{18} + 6\sqrt{2} + \sqrt{50}$; $B = (\sqrt{2} + 2)^2$; $C = (3\sqrt{2} - 5)^2$; $D = (3\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} - 5)$ et $E = \sqrt{19 - \sqrt{1 + \sqrt{8^2}}}$.

EXERCICE 2: Au BFEM du 2ND groupe

Répondre par vrai on faux en justifiant la réponse : **1.** $\sqrt{40} = 20$; **2.** $7\sqrt{2} = \sqrt{98}$

3. $\sqrt{64 + 25} = 8 + 5 = 13$

EXERCICE 3:

On considère les nombres réels définis par : $X = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ et $Y = (3\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 + 6\sqrt{6}$.

Montrer que X et Y sont des nombres entiers naturels.

EXERCICE 4: Extrait BFEM 2008.

On donne $a = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ et $b = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$.

1. Calculer a^2 ; b^2 et ab. **2.** Calculer $(a + b)^2$ et $(a - b)^2$. **3.** Justifier que $a + b = 4$ et $a - b = 2\sqrt{3}$.

EXERCICE 5: Extrait concours « ko-Ndama »

On donne les nombres réels suivants tels que :

$X = \sqrt{4 + \sqrt{7}} - \sqrt{4 - \sqrt{7}}$ et $Y = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$.

1. Déterminer les signes respectifs de X et Y. **2.** Calculer X^2 et y^2. **3.** En déduire X et y.

EXERCICE 6: « Problème de la vie courante »

L'unité de longueur est le hm. Les dimensions d'un champ rectangulaire sont : $2\sqrt{3} + 2$ et $2\sqrt{3} - 2$.

Calculer : Le *périmètre, l'aire* ensuite le *diamètre* du cercle circonscrit de ce champ rectangulaire.

EXERCICE 7: BFEM 2009.

On donne les réels : $a = 2 - \frac{3\sqrt{2}}{2}$ et $b = \frac{1}{3\sqrt{2} + 4}$

1. *Rendre rationnel le dénominateur de b puis* montrer que les nombres a et b sont des opposés.

2. Soit $A = \sqrt{(1 - 2\sqrt{2})^2} + (\sqrt{2} - 2)^2 - \sqrt{18}$.

Montrer que $A = 5 - 5\sqrt{2}$ puis encadre-le à 10^{-2} prés sachant que : $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$.

EXERCICE 8: BFEM 1998

1. Ecrire $A = \sqrt{121} - 2\sqrt{112} + \sqrt{63} - \sqrt{81}$ sous la forme $p + q\sqrt{c}$ ($p \in \mathbb{Z}$, $q \in \mathbb{Z}$, $c \in \mathbb{N}$).

2. Soit l'expression $B(x) = x^2 - 1 + (x + 7)(2 - 2x)$.

a) Développer, réduire puis ordonner (x). b) Factoriser $B(x)$.

3. Soit l'expression $q(x) = \frac{B(x)}{(x-1)(x+7)}$.

a) Etablir la condition d'existence de $q(x)$ et la Simplifier.

b) Calculer $q(\sqrt{2})$ (sans radicale au dénominateur).

c) Donner un encadrement de $q(\sqrt{2})$ d'amplitude 0,1 prés sachant que $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$.

EXERCICE 9: BFEM 1999.

1. On pose $a = 1 + \sqrt{5}$ et $b = 1 - \sqrt{3}$. Calculer a^2 et b^2.

2. Simplifier $c = \dfrac{1+\sqrt{5}}{6+2\sqrt{5}}$ puis rendre rationnel son dénominateur.

3. Montrer que a et c sont des inverses.

4. Montrer que $d = \dfrac{2-\sqrt{12}}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$ est un entier relatif qu'on déterminera.

AN/ SERIE N°2: EQUATION ET INEQUATION DU 1ER DEGRE A UNE INCONNUE.

EXERCICE 1 : « Equation: ax +b = c x +d »

Résoudre dans IR chacune des équations : a) $7x - 1 = 5x - 5$. b) $2x - 3 = \dfrac{3}{2}x + 3$. c) $x\sqrt{2} - 1 = \sqrt{2} + x$.

EXERCICE 2: « Equation: $|ax+b| = |cx+d|$ »

1. Résoudre dans IR chacune des équations :

a) $|3x-4| = 2$; b) $|3x+7| = -3$; c) $|15x - 3\sqrt{2}| = 2\sqrt{2}$; d) $|3x-4| = \left|x - \dfrac{2}{3}\right|$;

e) $\sqrt{(\sqrt{2}x-3)^2} = \sqrt{(-3x+5)^2}$.

EXERCICE 3: « Equation produit »

Résoudre dans IR chacune des équations :

a) $5x(x-1)(x-\sqrt{3}) = 0$; b) $25x^2 - 9 = 0$; c) $4x^2 + 1 = 0$; d) $(x+3)^2 - 7 = 0$ e) $x^2 - 5 + (x+\sqrt{5})(-3x+5\sqrt{5}) = 0$.

EXERCICE 4: « Equation quotient »

Résoudre dans IR chacune des équations suivantes : a) $\dfrac{6x-1}{x} = \dfrac{1}{3}$ b) $\dfrac{2x-5}{3x-2} = -\dfrac{3}{7}$

EXERCICE 5: « Inéquation produit et quotient »

1. Résoudre dans IR chacune des inéquations : a) $(3x+1)(1-4x) \geq 0$. b) $(-5x+3)(2x+3) \prec 0$.

2. On donne $f(x) = 5x^2 - 20 + (-3x+6)(4x+3)$

a) Factoriser l'expression $f(x)$ b) Résoudre dans IR l'inéquation $f(x) \leq 0$ **BFEM 2009**.

3. Résoudre dans IR chacune des inéquations : a) $\dfrac{6x-1}{-x+4} \geq 0$ b) $\dfrac{x-5}{3x-2} \prec 3$ c) $\dfrac{3x-2}{x} \leq 0$.

EXERCICE 6: Au BFEM du 2ND groupe

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse

1. L'équation $x^2 - 7 = 0$ admet deux solutions dans IR.

2. L'inéquation $(x-1)(3-x) \leq 0$ a pour solution S=[1 ;3]

3. L'équation $x^2 = 9$ a pour solution S= $\{3\}$. 4. L'équation $x^2 + 7 = 0$ admet deux solutions dans IR.

EXERCICE 7: Problème de la vie courante.

Un père a 27 ans de plus que son fils.

Dans six ans, l'âge du père sera le double de l'âge du fils. Trouver l'âge de chacun d'eux.

EXERCICE 8: BFEM 1996.

On pose A = $2x - 3$.

1. Calculer A^2.

2. En déduire une factorisation de B=$4x^2 - 12x + 8$.

3. Résoudre dans IR : B=0 et $B \leq 0$.

EXERCICE 9: **Extrait BFEM.**

On considère l'expression suivante : $f(x) = x^2 - 25 + (-2x + 10)(x + 3)$.

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$. **2.** Factoriser $f(x)$ puis résoudre dans IR $f(x) < 0$.

3. Soit $h(x) = \dfrac{f(x)}{(x-5)(x+2)}$.

a) Donner la condition d'existence de $h(x)$ puis simplifier $h(x)$.

b) Calculer la valeur numérique de $h(\sqrt{3})$ *sans radical au dénominateur.*

c) Donner un encadrement de $h(\sqrt{3})$ à 10^{-1} sachant que : $1{,}71 < \sqrt{3} < 1{,}72$.

4. Résoudre dans IR l'équation: $|h(x)| = 2$ **5.** Résoudre dans IR l'inéquation : $h(x) \geq 0$.

AN/ SERIE N°3 : STATISTIQUES

EXCERCICE 1: **BFEM 2009**

1re PARTIE :

Le tableau statistique ci-dessous donne la répartition de notes d'élèves obtenues lors d'un examen.

Notes	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Effectifs																
ECC																
ECD																
Fréquences en %																
FCC en %																

1. Compléter le tableau ci-dessus.

2. Que représente l'effectif de la modalité 6 ? ECC de la modalité 8 ? ECD de la modalité 5 ?

3. Déduire de ce tableau le pourcentage des élèves qui ont moins de 14.

2re PARTIE: On groupe les notes précédentes en classes d'amplitude 4 dans le tableau ci-dessous.

Notes	[0 ; 4[	[4 ; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[	[16 ; 20[
Effectifs					
Effectifs Cumulés croissants					

1. Recopie et complète le tableau. **2.** Calcule la moyenne des notes obtenues par ces élèves.

3. Construire l'histogramme des effectifs cumulés croissants.

EXCERCICE 2: **BFEM 2006.**

Pour préparer une « opération Tabaski », un éleveur pèse ses 30 moutons afin de les répartir par catégories de poids, en quatre classes de poids, d'amplitude 4 kg, qu'il désigne respectivement par : « 4e choix » ; « 3e choix » ; « 2e choix » ; « 1e choix ».

Le relevé ci-dessous donne le poids en kilogramme des moutons pesés :

50- 52 - 52,5 - 54,5 - 52 - 59 - 58 - 55 - 55,5 - 56 - 55 - 55 - 57 - 58 - 58,5-
60 - 60,5 - 65 - 63 - 60 - 61 - 65 - 64 - 65 - 55 - 59 - 58 - 59 - 59,5 - 65.

1. Donner les classes de cette répartition sachant que la borne inférieure de la première classe de poids est 50.

2. Dresser le tableau des effectifs de la série groupée en classes obtenue. Déterminer la classe médiane. **3.** On suppose dans la suite que le tableau des effectifs obtenu est :

	« 4e choix »	« 3e choix »	« 2e choix »	« 1er choix »
Classes	[50 ; 54[	[54 ; 58[	[58 ; 62[	[62 ; 64[
Nombre de moutons : effectifs	4	8	12	6

Dessiner le diagramme circulaire de cette série.

4. Un mouton « 1er choix » est vendu à 70000F un mouton « 2e choix » 65000F et un mouton « 4e choix » 52000F. A combien un mouton « 3e choix » devra-t-il être vendu pour que le prix de vente moyen des moutons soit 62000 f une fois que les moutons seront tous vendus aux prix indiqués.

<u>EXCERCICE 3:</u> BFEM 2008.

Le tableau statistique ci-dessous est réalisé par la direction commerciale d'un hôtel qui a reçu des invités lors du dernier sonnet de l'O.C.I organisé à Dakar.

Nombre de jours à l'hôtel	2	3	4	5	6
Effectifs cumulés décroissants	180	90	50	20	15

1. Quelle est la population étudiée ? **2.** Indique le caractère étudiée puis sa nature.
3. Déterminer la médiane de cette série.
4. a) Calcule le pourcentage des invités qui ont passé au moins 3 jours à l'hôtel.
b) Calcule le nombre d'invités qui ont passé moins de 4 jours à l'hôtel.
c) Quel est le nombre d'invités qui ont passé plus de 4 jours à l'hôtel ?
5. Construire le diagramme circulaire des effectifs de cette série.

<u>EXCERCICE 4:</u> BFEM 1994

Voici les tailles en cm des vingt élèves d'une classe de 3$^{\text{iéme}}$.

165	145	150	166	165	160	158	162	165	150
158	165	154	158	160	162	162	154	165	160

1.a) Quelle est la population étudiée ? b) Quelle est le caractère étudié ? Puis donner sa nature.
2. Dresser le tableau des : Effectifs ; ECC ; ECD ; Fréquences ; FCC et FCD en %.
3. a) Combien d'élèves ont au plus 158cm. b) Combien d'élèves ont plus de 158cm.
4.a) Quel est le mode de cette série ? Donner sa signification.
b) Calculer la taille moyenne de cette série ? Donner sa signification.

<u>EXCERCICE 5:</u> BFEM 2007.

Le tableau ci-dessous donne la répartition des joueurs d'une équipe de football, selon la taille en m:

Tailles en mètres	[1,65 ; 1,75[	[1,75 ; 1,85[	[1,85 ; 1,95[	[1,95 ; 2,05[
Effectifs	6	15	20	9

1. Recopier puis compléter le tableau ci-dessous en y faisant figurer : ECD ; F en % et FCC.
2. Combien de joueurs ont une taille au moins égale à 1,75m ?
3. Donner la taille moyenne dans cette équipe en centimètre prés par défaut.
4. Indiquer la classe modale de cette série statistique.

<u>EXCERCICE 6</u>: BFEM BLANC 2005

Le tableau ci-dessous représente les tailles de 40 élèves d'une classe de 3$^{\text{iéme}}$.

Tailles en cm	[140 ; 150[	[150 ; 160[	[160 ; 170[	[170 ; 180[	[180 ; 190[
Effectifs		8	5	18	
Fréquences en %					
F.C.C en %					
F.C.D en %					

1. Compléter le tableau sachant due l'effectif de le classe [140 ; 150[est la moitié de [180 ; 190[.
2. Quel est le pourcentage d'élèves dont la taille est inférieure à 1,80m et supérieure à 150cm.
3. Combien d'élèves ont une taille au moins égale à 160cm
4. Quelle est la classe médiane de cette série ?
5. Combien d'élève ont une taille supérieure à la taille moyenne ?
6. Construire les histogrammes cumulatifs dans un même repère.
7. Faire apparaître les polygones ; déterminer graphiquement la médiane puis interpréter le résultat.

<u>EXCERCICE 7:</u> BFEM 2002

Un conseil régional, voulant octroyer 50 bourses annuelles aux meilleurs élèves des classes de 3° de sa localité, organise un concours cet effet. Le montant de la bourse dépend de la note obtenue, laquelle varie de 0 à 20. Ce montant est fixé au maximum 30000F.

Le tableau ci-dessous résulte de la représentation de la série par un diagramme circulaire.

Notes obtenues	[10 ; 12[	[12 ; 14[	[14 ; 16[	[16 ; 18[	[18 ; 20[
Montant de la bourse (FCFA)	10000	15000	20000	25000	30000
Angles en degrés (°)	108	93,6	A	50,4	36

1. Calculer l'angle manquant A. **2.** Calculer les effectifs associés aux différents intervalles.

3. Calculer la valeur moyenne des bourses attribuées.

4. a) Quel est le nombre d'élèves qui ont une note au moins égale à12 ? En déduire le pourcentage correspondant. **b)** Quel est le nombre d'élèves qui ont une bourse au plus égale à 25000 ?

5. a) Construire le polygone des F.C. C en %.

b) Déterminer la classe et la note médiane (En utilisant par le théorème de Thalès).

6. Déterminer par lecture graphique les antécédents de $\frac{N}{4}$ et $\frac{3N}{4}$ (N est le pourcentage total)

AN/ SERIE N°4 : SYSTEME D'EQUATION DU 1er DEGRE A DEUX INCONNES.

EXCERCICE 1:

1. Parmi les couples ci-dessous quels sont ceux qui sont solution de l'équation : 2 x - y + 2 = 0 ?

(- 2 ; 1) ; (0 ;- 2) ; (-2 ; 0) et (- 4 ; -6).

2. Dans chacune des équations suivantes, citer deux couples de solution. **a)**2 x -3y+ 2 = 0 ; **b)** 2 x-y = 0.

EXCERCICE 2: Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse.

1. Le couple $(\frac{3}{2};\frac{-1}{2})$ est solution du système $\begin{cases} x-y-2=0 \\ -x-y+1=0 \end{cases}$.

2. Le couple $(\sqrt{2};\sqrt{3})$ est solution de ce système $\begin{cases} \sqrt{2}x-\sqrt{3}y=-1 \\ \sqrt{6}x+3y=4\sqrt{3} \end{cases}$.

EXCERCICE 3: Résoudre dans IR×IR chacune des systèmes d'équations par la « méthode **graphique**.

1. $\begin{cases} 2x-y-1=0 \\ x-y+4=0 \end{cases}$ **2.** $\begin{cases} x-2y+4=0 \\ -2x+4y-8=0 \end{cases}$.

EXCERCICE 4: Résoudre dans IR×IR les systèmes d'équations par la « méthode de **comparaison**».

1. $\begin{cases} x-2y=6 \\ -x+y=-4 \end{cases}$ **2.** $\begin{cases} x-3y-3=0 \\ 3x-2y+4=0 \end{cases}$.

EXCERCICE 5:Résoudre dans IR×IR les systèmes d'équations : par la «méthode **de combinaison ou +** ».

1. $\begin{cases} 5x+3y-6=0 \\ -5x+2y-1=0 \end{cases}$ **2.** $\begin{cases} 2x+2y=1 \\ 3x-3y=-2 \end{cases}$.

EXCERCICE 6: Résoudre dans IR×IR les systèmes d'équations : par la méthode « de **substitution**».

1. $\begin{cases} x+y-6=0 \\ 5x-2y=8 \end{cases}$ **2.** $\begin{cases} x-\sqrt{2}y=2 \\ x+\sqrt{2}y-\sqrt{3}=0 \end{cases}$.

EXCERCICE 7: **BFEM 1995.**

1. Résoudre algébriquement dans IR×IR le système d'équation définis par : $\begin{cases} x-y-1=0 \\ 2x-y+2=0 \\ -x+3y+9=0 \end{cases}$

2. Interpréter géométriquement votre réponse dans un repère orthonormé (O, I, J).

<u>EXCERCICE 8:</u> **1**.Résoudre dans IR×IR le système : $\begin{cases} x+y=8 \\ x+2y-11=0 \end{cases}$

2. Soit x la longueur du rectangle et y la largeur en cm.
Le périmètre est de 16cm. Si on augmente la longueur de 3cm et qu'on double la largeur, le périmètre devient 28cm.Calculer les dimensions de ce rectangle.

<u>EXCERCICE 9:</u> BFEM 1994. **1.** Résoudre dans IR×IR le système $\begin{cases} x+2y=625 \\ 6x+13y=3975. \end{cases}$

2. Tante Adja dit à sa fille : « avec 6250f CFA j'achetais 10 kg de pommes de terre et 20 kg d'oignons. Après la dévaluation du franc CFA, je doit payer 7950f CFA pour avoir les mêmes quantités».
Trouver le prix d'un kg de pomme de terre et celui d'oignons avant la dévaluation sachant que ces prix ont été multipliés respectivement par 1,2 et 1,3 après la dévaluation.

<u>EXCERCICE 10:</u>
Au début de la réunion, le nombre de filles surpasse de 26 le nombre de garçon.
Après le départ de 15 garçons et 15 filles, le nombre de filles est le triple de celui des garçons.
Trouver le nombre de filles et de garçons au début de la réunion.

AN/ SERIE N°5 : INEQUATION ET SYSTEME D'INEQUATION DU 1er DEGRE A UNE INCONNUE.

<u>EXCERCICE 1</u>:
Parmi les couples : (2 ; 1) ; (-2 ; 0) et (-4 ;-1) quels sont ceux qui sont solution de : 2x - y + 2 ≤ 0 ?

<u>EXCERCICE 2</u>: « inéquation à deux inconnues ».
Représenter graphiquement l'ensemble des solutions des inéquations: a) x + Y – 1 ≤ 0 ; b) 3 x + 2y ≻ 0.

<u>EXCERCICE 3:</u>

Parmi les couples (2 ; 4) ; (-3 ; 2) et (- 4 ; -1) quels sont ceux qui sont solution de : $\begin{cases} x+y-2\succ 0 \\ 2x-y\le 1 \end{cases}$?

<u>EXCERCICE 4</u>: « Système d'inéquation à deux inconnues ».

Représenter graphiquement les systèmes d'inéquations suivantes : a) $\begin{cases} x+y\le 0 \\ x\succ 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y\le -2 \\ 2x+y-1\succ 0 \end{cases}$.

<u>EXCERCICE 5</u>: « Système d'inéquation à deux inconnues ».
Représenter graphiquement les systèmes d'inéquations suivantes :

a) $\begin{cases} 5x+y-1\prec 0 \\ x+y+3\ge 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x+y+2\ge 0 \\ -2x+y\prec -3 \end{cases}$. c) $\begin{cases} 2x-y+3\le 0 \\ -2x+y\prec 0 \end{cases}$

<u>EXCERCICE 6</u>: « Equation de droite et système ».
Le plan est muni d'un RON. (D) : y= -2 x+1 et (D') : y + x =0.
1. Montrer que (D) et (D') sont sécantes.
2. Tracer les droites (D) et (D').
3. Détermine le point d'intersection de (D) et (D')
4. Résoudre graphiquement $\begin{cases} 2x+y-1\succ 0 \\ y+x\prec 0 \end{cases}$

Source: BFEM 2009 2^{nd} groupe.

EXCERCICE 7: « Système d'inéquation à deux inconnues ».
Trouver deux nombres entiers naturels différents de 0 dont la somme est plus petite que 9 et la différence plus grande que 4.
A l'aide d'un graphique, donne toutes les solutions possibles. **Source: Extrait CIAM.**

EXCERCICE 8: « Utilisation des systèmes d'inéquations pour résoudre des problèmes ».
Le club « UNESCO » de votre collège équipe tous ses membres d'une même tenue pour effectuer sa sortie annuelle.
Une tenue de garçon coûte 5000F et une tenue de fille 6000F. La dépense du club a été plus petite que 450000F et dans ce club il y a plus de filles que de garçons.
1. Représenter graphiquement l'ensemble des solutions indiquant le nombre possible de garçons et de filles susceptibles d'être membres de ce club.
2. Par simple lecture graphique, réponds aux questions suivantes :
a) Ce club peut-il être composé de 30 garçons et de 40 filles ?
b) Ce club peut-il être composé de 45 garçons et de 52 filles ?
c) Quel est le nombre maximal de garçon membres de ce club ? Quel est dans ce cas le nombre de filles ? **Source: Extrait CIAM.**

AN/ SERIE N°6 : APPLICATION AFFINE APPLICATION AFFINE PAR INTERVALLE

PREMIERE PARTIE : Application affine.

EXCERCICE 1: BFEM 2005.
Le gérant d'un cybercafé propose à ses clients deux types d'options :
Option I : 150f par heure d'utilisation (navigation) avec un abonnement mensuel de 3000f.
Option II : 350f l'heure d'utilisation sans abonnement.
1. En notant x le nombre d'heures de navigation mensuelle, $p_1(x)$ et $p_2(x)$ les prix en francs correspondants respectivement aux options I et II, écrire $p_1(x)$ et $p_2(x)$ en fonction de x.
2. Dans un repère (o, i, j) construire les représentations graphiques applications affines p_1 et p_2. On prendra : 1cm pour 1000F sur l'axe des ordonnées et 1cm pour 2h sur l'axe des abscisses.
3. Déterminer graphiquement dans quel intervalle de temps l'option I est plus avantageuse que l'option II et retrouver cet intervalle par le calcul.
4. Au bout de combien de temps de navigation deux clients d'options différentes payeront-ils le même prix ?

EXCERCICE 2: BFEM 2004.
1. Pour organiser une colonie de vacances pour les 50 enfants de ses employés, une société établie à Dakar lance un appel d'offre auquel 3 agences de transport A, B et C ont soumissionné :
L'agence A réclame pour chacun de ses cars un forfait de 30.000 F et 500 F pour chaque km.
L'agence B réclame pour chacun de ses cars un forfait de 40.000F et 300 F pour chaque km.
L'agence C réclame 64.000 F pour chacun de ses cars.
a) Etablir la relation exprimant la somme y à payer en fonction du nombre x de kilomètres parcourus pour chacune des 3 agences.
b) Dans un même repère orthonormal (1 cm pour 10 km en abscisses et 1 cm pour 10.000 F en ordonnées), représenter graphiquement les 3 relations précédemment obtenues.
c) Déterminer graphiquement sur quelle longueur de trajet : -L'agence A réclame plus que l'agence B ; -L'agence A et l'agence C réclament la même somme -L'agence B réclame moins que l'agence C.

2. Les enfants sont répartis en deux groupes : Le 1ier groupe va à Thiès, ville distante de 70 km de Dakar. Le 2iéme groupe va à Kaolack, ville distante de 192 km de Dakar.
a) Indiquer sur chacun de ses deux trajets l'agence la moins chère qui sera retenue.
b) Quelle est l'agence qui n'aura aucune part de ce marché ? Pourquoi ?
3. Deux cars sont prévus pour le voyage sur Kaolack et cinq cars pour le voyage sur Thiès.
Si chacun des enfants du premier groupe verse 5000 F et chacun des enfants du deuxième groupe verse 3000 F, alors la société devra compléter pour 223 000F pour couvrir les frais de transport. Quel est **le nombre d'enfants qui composent chaque groupe** ?

EXCERCICE 3:

1. Résoudre dans IR$\times$IR le système d'équation suivant : $\begin{cases} 6x + y - 440 = 0 \\ 17x + 2y - 1080 = 0 \end{cases}$

2. Le prix à payer sur le réseau téléphonique « EXPRESSO » comprend une somme forfaitaire et un prix proportionnel au nombre de minutes de communication.
- Alioune a payé 440Fcfa pour une duré de 6min; - Fatou a payé 540Fcfa pour une duré de 8,5 min.
a) Déterminer le prix d'une minute de communication et la somme forfaitaire sur le réseau « EXPRESSO »
b) Déterminer l'application affine qui définit la somme à payer en fonction du nombre de minute de communication.
c) Représenter graphiquement cette application dans un repère orthonormé.
On prendra en abscisse : 1cm pour 2minutes et en ordonnée : 1cm pour 100Fcfa.
d) Déterminer graphiquement la somme à payer pour 10minutes de communication.

DEUXIEME PARTIE : Application affine par intervalle

EXCERCICE 1: BFEM 2006.
Soit l'application f définie par : f(x) = $|x+3|$.
1. Calculer : f(0) et f (-3). **2.** Montrer que f est une application affine par intervalle.
3. Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé (O, I, J).
4. Résoudre dans IR l'équation f(x) = 1.

EXCERCICE 2: BFEM 1992.
On considère l'expression h définie par : h(x) = $(2x - \sqrt{3})^2 + 2(2x - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3})^2$.
1. Montrer que h est un carré d'une somme.
2. Résoudre dans IR l'équation : $\sqrt{h(x)}$ - 7 = 0.
3. Soit la fonction telle que k(x) = $\sqrt{h(x)}$ -1.
a) Montrer que k est une application affine par intervalle.
b) Représenter graphiquement k dans un repère orthonormé (O, I, J).

EXCERCICE 3 : BFEM 2000.
U et V sont deux application définies dans IR tels que : U(x)= $|x+2|$ et V(x) = $|1-2x|$.
1. Montrer que U et V sont des applications affines par intervalles.
2. Pour quelles valeurs de x a-t-on U(x)= V(x).
3. Construire les représentations graphiques de U et V dans l'intervalle $[-2 ; \frac{1}{2}]$.

EXCERCICE 4:
f est une application linéaire définie dans IR telle que : f (3) = - 6 ; g est une application affine définie dans IR et telle que : g (5) = -2 ; g (-3) = 4.
1. Ecrire f (x) et g (x) en fonction de x.

2. Donner le sens de variation de f et g.

EXCERCICE 5: BFEM 2009 2nd groupe.

Soit l'application affine définie par : $f(1) = -1$ et $f(2) = -3$

1. Montrer que $f(x) = -2x + 1$.

2. Soit a et b deux nombres réels distincts. Montrer que $f(a) - f(b)$ et a – b sont de signes contraires.

3. En déduire que $f(\sqrt{2}) - f(0)$ et $f(0) - f(-6)$

EXCERCICE 6 : BFEM 2003.

On considère les expressions suivantes : $H(x) = 4(x+\sqrt{3})^2 - 4\sqrt{3}(x+\sqrt{3}) + 3$ et $G(x) = (2x+\sqrt{3})^2$

1. Développer, réduire et ordonner $H(x)$ et $G(x)$

2. En déduire une factorisation de $H(x)$.

3. On pose $Q(x) = \sqrt{h(x)}$.

a) Résoudre dans IR l'équation $Q(x) = 2\sqrt{3}$.

b) Montrer que Q est une application affine par intervalle.

c) Représenter graphiquement Q dans un repère orthonormé (O, I, J).

EXCERCICE 7: Au BFEM du 2nd Groupe.

Répondre par vrai ou faux puis justifier.

1. Soit $f(x)=|x-2|$. Si $x \in [2;+\infty[$ alors $f(x) = -x+2$.

2.Si $f(x)= -2x$ alors f est une application affine.

AG/ SERIE N°1 : THEOREME DE THALES.

EXERCICE 1: «Application du théorème de Thalès »

ABC est un triangle tel que AB = 7 cm, BC = 6 cm et AC = 4 cm. Soit E le point de [AC] tel que : CE = 3 cm. La parallèle à (AB) passant par E coupe [BC] en F. Calculer CF et EF.

EXERCICE 2: «Théorème de Thalès et Pythagore »

Dans le plan, on considère un triangle ABC rectangle en B tel que : AB = 2cm et BC=1cm.

1. Faire une figure complète puis calculer AC.

2. On considère le point D, tel que : B soit un point du segment [AD] et AD= 8 cm.

3.a) Soit E le point de la droite (AC) dont la projection orthogonale sur (AB) est le point D.

b) Montrer que les droites (BC) et (DE) sont //. c) Calculer les distances AE et DE.

4. Calculer l'aire de ABC et le cœfficient K de réduction des longueurs. En déduire l'aire de ADE.

EXERCICE 3: « Réciproque et théorème »

Soit ABC un triangle tel que : AB = 10 cm, AC = 7,5 cm et BC = 12,5 cm.

1. Montrer que ABC est un triangle rectangle en A.

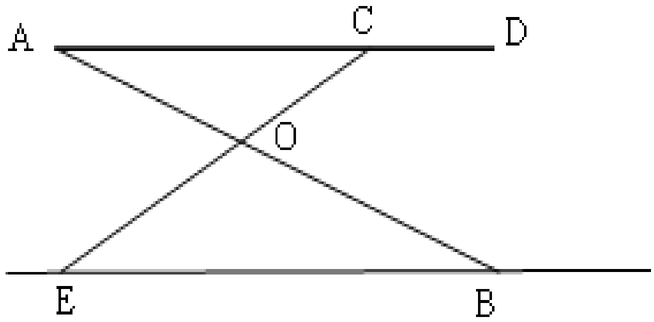
2. Soit E le point du segment [AB] tel que AE = 2 cm.

La perpendiculaire à (AB) passant par E coupe (BC) au point F.

a) Montrer que (AC) et (EF) sont parallèles. **b)** Calculer les distances BE, EF et BF.

<u>EXERCICE 4</u>: ***EXTRAIT BREVET FRANÇAIS***

La figure ci-contre donne le schéma d'une table à repasser. Le segment [AD] représente la planche. Les segments [AB] et [EC] représentent les pieds.



Les droites (AB) et (EC) se coupent en O.
On donne : AD = 125 cm ; AC = 100 cm ;
OA=60 cm; OB=72 cm; OE=60 cm; OC=50 cm.
1. Montrer que (AC) // (EB).
2. Calculer l'écartement EB en cm.
3. Le triangle EOB est-il rectangle ? Justifier.

<u>EXERCICE 5</u>: BFEM 2007.
1. Soit un cercle (ζ) de centre O et de rayon 4cm, [AD] un de ses diamètres.
a) D'un côté de la droite (AD), construire le point G tel que le triangle ADG soit équilatéral.
b) De l'autre côté de la droite (AD), placer le point B du cercle (ζ), tel que AB= 4cm.
2. Démontrer que le triangle OAB est équilatéral.
3. On admet que les angles OAB et ADG sont égaux. En déduire la position relative de (AB) et (DG).
4. La droite (BG) coupe le segment [AD] en I et (ζ) en J. En utilisant le théorème de Thalès justifier que : $\frac{IA}{ID}=\frac{1}{2}$.

<u>EXERCICE 6:</u>
Construire un rectangle ABCD tel que : AB= 8cm et AD =6cm. On désigne par M un point [AB] tel que AM= x. Par M, on trace la parallèle à (AC) qui coupe (BC) en N et la parallèle à (BD) qui coupe (AD) en P. **1.** Calculer AC puis exprimer MN et MP en fonction de x.
2. Montrer que MN + MP est indépendant de x.
3. Pour quelles valeurs de x à t-on MN = MP.

AG/ SERIE N°2 : LA TRIGONOMETRIE DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

<u>EXERCICE 1:</u> ***Les questions sont indépendantes. On demande de faire la figure à main levée.***
1. ABC est un triangle rectangle en C tel que : CB= 4cm et AC= 3 cm.
Calculer : sin B, cos B et tan B. En déduire mes B à 0,1 prés.
2. Dans le triangle HBA rectangle en H, mes B= 60° et HB = 4cm. Calculer les distances BC et HC.
3. ABC est un triangle rectangle en B tel que : mes A= 30° et CB = 5cm. Calculer AC et AB.
4. STV est un triangle rectangle en T tel que : tan S = $\frac{4}{3}$ et TV = $\sqrt{6}$ cm. Calculer ST et SV.
5. Dans le triangle ABC rectangle en B, on a : Sin A = $\frac{\sqrt{5}}{3}$. Calculer cos A et tan A.
6. Soit A et B deux angles aigus tels que : Cos A = $\frac{\sqrt{3}-1}{6}$ et Sin B = $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{72}}$. Montrer que A et B deux angles complémentaires.

<u>EXERCICE 7:</u> BFEM 2005
1.a) Construire un cercle (c) de centre I et de rayon 4 cm. A et B sont diamétralement opposés. Placer un point M sur (c) tel que : AM=4cm.
b) Quelle est la nature du triangle AM I ? **c)** En déduire la mesure de l'angle BIM.
2. K est le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par I et la droite (AM).

a) Justifier que AMB est un triangle rectangle. **b)** En remarquant que cos BAM = cos KA I. Calculer AK et K I.

3. Le point H est le projeté de M sur (AB). **a)** Calculer cos B de 2 manières différentes.

b) Exprimer BH en fonction de cos B puis démontrer que : BH = $\frac{BM^2}{AB}$.

4. Placer le point E sur le segment [AM] tel que : AE = 3cm. La parallèle à (I M) passant par E coupe [AI] en F. Quelle est la nature du triangle AEF ?

EXERCICE 8:

On considère un cercle (c) de centre O et de rayon r. Soit [AB] un diamètre de ce cercle ; (Δ) la tangente en B à (c). Une droite (L) passant par A recoupe (c) en C et recoupe (Δ) en E. On désigne par α la mesure de BAC.

1. Exprimer en fonction de r et α : CA; CB; EA ; EB.

2. Calculer : CA; CB; EA; EB pour r = 2cm et α =30°.

EXERCICE 9: BFEM 2004

1. Tracer un demi-cercle (c) de centre O et de diamètre [AB] tel que : AB=2r. Soit M un point du demi- cercle (c), plus proche de B que de A. Quelle est la nature du triangle AM B ? Justifier

2. Soit a et b les mesures en degrés respectifs des angles BAM et BOM et C le pied de la hauteur du triangle AMB issue de M.

a) Donner deux expressions différentes de cos a. b) En déduire que : AC=AM$\times$cos a et AM^2 =AB$\times$AC.

c) On sait que : AC=AO + OC. Exprimer OC en fonction de cos b. En déduire que AC = r (1+ cos b).

d) Déduire des questions précédentes que : cos^{2}a = $\frac{1+\cos b}{2}$.

EXERCICE 10: Au BFEM du 2ND groupe

1. Démontrer chacune des égalités suivantes : a) 2cos^2 *a* - 1 = 1 – 2sin^2 *a*. b) 1 + $\frac{1}{\tan^2 a}$ = $\frac{1}{\sin^2 a}$.

2. On donne: *f*(a)= (1 - cosa) (1 + cosa) (1 + tan ^{2}a). Démontrer que: *f*(a)= tan 2a puis calcule *f* (30°).

AG/ SERIE N°3 : VECTEURS

EXERCICE 1: **« les propriétés de l'addition vectorielle »**

Simplifier les expressions suivantes en utilisant les propriétés de l'addition vectorielle utilisées.

$\vec{E}_1 = \vec{AB} - \vec{EG} + \vec{BC} + \vec{FG} - \vec{FE} + \vec{0} - \vec{AC}$. $\vec{E}_2 = 5\sqrt{3}\vec{AB} - 2\sqrt{2}\vec{DC} - 2\sqrt{3}\vec{BA} - 5\sqrt{2}\vec{DC}$.

EXERCICE 2: Au BFEM du 2ND groupe. Répondre par vrai on faux en justifiant la réponse

1. Si ABCD est un parallélogramme alors : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DB}$.

2. Si E, D et F sont trois points distincts du plan d'après la relation de Chasles on a : $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{EF}$

3. Le vecteur $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB}$ est un vecteur nul.

4. Si ABCD est un parallélogramme de centre O alors : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{OC}$

5. Si $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{RS}$ alors les segments [AS] et [RE] ont le même milieu.

EXERCICE 3: « Démonstration »

Démontrer chacune des égalités suivantes. **1.** $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{BC}$. **2.**

$\vec{MA} + 2\vec{MB} - 3\vec{MC} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC}$.

EXERCICE 4: « Vecteur colinéaire »

On donne les égalités vectorielles suivantes : $\vec{AB} = 2\vec{CD}$. et $3\vec{CD} = 4\vec{EF}$.

1. Exprimer $\vec{AB}$ en fonction de $\vec{EF}$. **2.** Exprimer $\vec{EF}$.en fonction de $\vec{AB}$. **3.** Conclure.

EXERCICE 5: « Vecteur colinéaire »

Soit ABC un triangle tel que : AB= 2cm ; AC= 3cm et BC= 4cm.

1. Construire le point M tel que : $\vec{AM} = 3\vec{AB} + 2\vec{CA}$. **2.** Construire le point M tel que :

$\vec{AN} = \vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{CA}$.

3. Montrer que : $\vec{AM} = 3\vec{AN}$. En déduire que les points A, M et N sont alignés.

EXERCICE 6:

ABC est un triangle et G le point du plan tel que : $\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG} = \vec{0}$.

1. Montrer que le point G est unique. **2.** Construire le point G.

3. Soit I milieu de [AB] ; montrer que : $\vec{IG} = \frac{1}{2}\vec{GC}$.

EXERCICE 7: **BFEM 2003.**

1. On considère un triangle ABC, tel que : AB=5cm ; BC=6cm et AC= 7cm. Soit **I** milieu de [AB]. Construire le point G centre gravité du triangle ABC.

2. Sachant que : $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$. Démontrer que pour tout point M du plan, on a :

$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$.

EXERCICE 8: **BFEM 2005.** (2nd Groupe)

ABC est un triangle quelconque, les points D et F sont tel que : $\vec{AD} = \vec{BC} - 2\vec{BA}$ et $\vec{CF} = \vec{AB} - 2\vec{AC}$.

1. Démontrer que : a) $\vec{AD} = \vec{AC} + \vec{AB}$. b) $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$..

2. Construire les points D et F. **3.** En déduire que le point B est le milieu du segment [DF].

EXERCICE 9: BFEM 1995.

1. On considère un segment [AB] de milieu I, démontrer que pour tout point M, $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$

2. ABC est un triangle, on suppose qu'il existe un point H tel que $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0}$, en utilisant I milieu de [AB], démontrer que H est un point de [IC].

EXERCICE 10 : BFEM 1992.

1. Construire un triangle ABC, tel que : AB=5cm ; BC=6cm et AC= 3cm.

2. On pose : $\vec{U} = \vec{AB}$ et $\vec{V} = \vec{AC}$. Construire $\vec{U} + \vec{V}$.

3. Placer le point E, tel que : $\vec{AE} = \vec{U} + \vec{V}$ et partage le segment [AE] en 3 parties égales.

4. On pose $\vec{W} = \vec{BC}$. Construire $\vec{U} + \vec{V} + \vec{W}$.

5. Soit G un point du plan, tel que: $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ .Montrer que $\vec{AG} = \frac{\vec{AB} + \vec{AC}}{3}$ puis construire G.

AG/ SERIE N°4 : REPERAGE DANS LE PLAN.

EXERCICE 1:

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{OI}, \vec{OJ}\right)$, on donne les points A(5 ;- 4), B(-2 ;O) , C(-3 ;4) et D(0 ;5).

1. Placer les points A, B, C et D.

2. Calculer les coordonnées des points K et M milieux respectifs des segments [AB] et [DO].

3.a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{CB}$ et $\vec{CD}$. b) En déduire les distances CB et CD.

EXERCICE 2:

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{OI}, \vec{OJ}\right)$, on donne les points E$\binom{-1}{3}$, F$\binom{6}{2}$, A$\binom{4}{-6}$, B$\binom{10}{8}$, C$\binom{0}{-2}$et D$\binom{3}{5}$.

1. Démontrer que les vecteurs $\vec{OE}$ et $\vec{OF}$ sont orthogonaux.

2. Démontrer que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires.

3. $\vec{OE}$ est-il égal à $\vec{AD}$? Justifier la réponse.

EXERCICE 3:

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{OI},\vec{OJ}\right)$.

1. Soient $\vec{AB}\begin{pmatrix}5+x\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{CD}\begin{pmatrix}1\\2y-3\end{pmatrix}$. Calculer x et y pour que ces deux vecteurs soient égaux.

2. Soient $\vec{OE}\begin{pmatrix}7\\3x+2\end{pmatrix}$ et $\vec{OF}\begin{pmatrix}2\\3-x\end{pmatrix}$. Calculer x pour que ces deux vecteurs soient colinéaires.

3. Soient $\vec{BE}\begin{pmatrix}3\\x+3\end{pmatrix}$ et $\vec{MF}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}-2x\\-4\end{pmatrix}$. Calculer x pour que ces deux vecteurs soient $\perp$.

4. On considère les points A, B et C, tels que : $\vec{OA}$ (4 ; 2) ; $\vec{AB}$ (- 4 ; 4) et $\vec{BC}$ (-2 ;-2). Calculer les coordonnées des points A, B et C.

EXERCICE 4:

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{OI},\vec{OJ}\right)$.

1. On donne les points A$\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$, B$\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ et C$\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$. Trouver les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme.

2. On donne les points K$\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$, M$\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ et N$\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$. Trouver les coordonnées de P image de K par la translation de vecteur $\vec{MN}$.

3. Trouver les coordonnées de F symétrique de K par rapport à O.

EXERCICE 5: BFEM 2007 2nd groupe

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{OI},\vec{OJ}\right)$, on donne les points A$\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$, B$\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$et C$\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$.

1. Montrer que $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ soient orthogonaux.

2. Soit E le milieu de [BC]. Calculer les coordonnées de E.

3. Soit D le symétrique de A par rapport de E. Calculer les coordonnées de D.

4. Montrer que le quadrilatère ABDC est un rectangle.

5. Justifier que E est le centre du cercle qui passe par les quatre sommets du rectangle puis calculer le rayon de ce cercle.

EXERCICE 6: BFEM 1994 / 1996

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, On donne les points A,B, et C tels que :

$\vec{OA}=6\vec{i}-\vec{j}$; $\vec{OB}=2\vec{i}-2\vec{j}$ et $\vec{OC}=5\vec{i}+3\vec{j}$.

1. Placer les points A, B, C et montrer que $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont orthogonaux.

2. Calculer les distances AB, CB et AC. En déduire la nature du triangle ABC.

3. Calculer les coordonnées du centre K du cercle (ζ) circonscrit à ABC .Tracer (ζ) puis calculer son rayon.

4. Calculer le sinus et la tangente de l'angle ABC. En déduire la mesure de l'angle ABC.

AG/ SERIE N°4' : EQUATION DE DROITE.

EXERCICE 1:

Le plan est muni d'un R.O.N (O ; I ; J). Soit (D) la droite d'équation définie par : (D) : -2 x + 3y -1 =0

1. Parmi les points : A (2 ; -1) ; B (1 ; 1) ; C ($-\frac{1}{2}$; 0) et D (2 ; 0) indique ceux qui $\in$ à (D).

2. Déterminer une équation réduite de la droite.

3. Déterminer le coefficient directeur ; l'ordonnée à l'origine et un vecteur directeur de la droite (L).

EXERCICE 2:

On considère les équations des droites suivantes :

(d_1) : 2x + y -1 =0 ; (d_2) : - x + 2y + 4 = 0 ; (d_3) : 4 x + 2 y - 3 =0 ; (d_4) : 2x - 3y = 0 ;

1. Mettre toutes ces équations sous la forme réduite.

2. Déterminer les positions relatives des droites : (d_1) et (d_2) ; (d_3) et (d_4) ; (d_3) et (d_1).

EXERCICE 3: **BFEM 2008 1er groupe.**
Dans le plan muni d'un repère orthonormé
(O ; OI ; OJ), on donne les droites (D) et (D') telles que : (D) : x–y+1= 0 et (D') : x +y+3=0.
1. Montrer que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.
2. Tracer les droites (D) et (D') dans le repère.
3. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection A de (D) et (D').
4. Soit B (0 ;-5). Construire le point E image de B par le symétrique orthogonal d'axe (D') suivie de celle d'axe (D). Quelle est la nature de cette transformation du plan ?
5. Trouver les coordonnées de E.

EXERCICE 4:
Dans le plan muni d'un repère orthonormé.
On donne les points : A (3 ;-2) ; B (6; 4) et C (-5; 2).
1. Déterminer une équation de la droite (AB) puis en déduire son équation réduite.
2. Soit (c) le cercle circonscrit au triangle ABC rectangle en A.
a) La droite (AB) coupe l'axe des abscisses en E. Déterminer les coordonnées de E.
b) La droite (AB) coupe l'axe des ordonnées en F. Déterminer les coordonnées de F.
3. Tracer la tangente (T) au cercle (c) en A puis déterminer une équation de la droite (T).

EXERCICE 5: BFEM 2009 2ergroupe.
Le plan est muni d'un RON. (D) : y= -2 $x + 1$ et (D') : y + x =0.
1. Montrer que (D) et (D') sont sécantes.
2. Tracer les droites (D) et (D').
3. Détermine le point d'intersection de (D) et (D')

EXERCICE 6: Au BFEM du 2ND groupe.
Répondre par vrai on faux en justifiant la réponse
1. Soit M (-2 ;-1) et N (1 ; 2) dans un repère orthonormal (O, I, J). La médiatrice de [MN] passe par l'origine.
2. Les droites d'équations respectives dans un repère orthonormé : y= $\frac{7}{2}x$ et $x = \frac{-4}{6}y$ sont $\perp$ s.
3. Le plan est muni d'un RON : la droite (d) passant par A (2 ; 1) et de vecteur u (3;-1) passe par le point B (2 ; 2).
4. Dans un RON si A (1 ; 1) et B (1 ; 0) alors la droite (AB) a pour équation : $x=1$.
5. Le coefficient directeur de la droite (D) :-5 x+y +3 = 0 est -5.

AG/ SERIE N°5 : ANGLE AU CENTRE-ANGLE INSCRIT.

EXERCICE 1: **«Angle inscrit angle au centre »**
Placer trois points A, B et C dans cet ordre sur un cercle (c) de centre O et de rayon 3cm, de telle façon que les angles au centre AOB et BOC mesurent respectivement 40° et 70°.
1. Calculer la mesure de tous les angles du triangle ABC.
2. Calculer la longueur des arcs AB et AC. *(on donne pi ≅ 3).*
3. Soit M un point diamétralement opposés à B. Calculer : mes BMC ; mes AMC et mes AMB.
EXERCICE 2: Au BFEM du 2ND groupe.
Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse.
1. Si a et b sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc de cercle alors mesa = 2.mesb
2. Si x et y représentent deux angles inscrits qui interceptent le même arc de cercle alors la mesure de x est égale à la moitié de celle de y.

3. Si (c) est un cercle de centre O et A, B et M sont trois points de ce cercle tels que :
mes AMB=80° alors l'angle AOB = 160°.

EXERCICE 3: BFEM 2006 2^{ND} groupe.

1. Tracer un cercle (c) de centre I et de diamètre [AB] tel que : AB = 8cm, marque le point E sur (c) Tel que : AE 4cm.

2. Quelle est la nature de chacun des triangles ABE et AEI ? Justifier chacune des réponses.

3. Déterminer la mesure de chacun des angles EAB et BIE.

4. Soit (d) la médiatrice du segment [AB] ; la droite (AE) coupe (d) en K. En posant :
cos BAE= cos KAI, calculer les distances AK et KI.

EXCERCICE 4:

Sur un demi-cercle de diamètre [AA'] et de rayon 4cm, placer le point B tel que : AOB=30° et appeler H, le projeté orthogonal de B sur la droite (AA').

1. Faire une figure complète.

2. Calculer les longueurs : OH et HB. **3.** Trouver la mesure de l'angle AA'B.

EXERCICE 5: « quadrilatère et angle »

Soit ABCD un quadrilatère inscriptible dans un cercle de centre O et de rayon 3,5cm tel que :
mes ADC=65° et mes DCB= 120°. Calculer mes DAB et mes ABC. ***(On demande de faire la figure à main levée)***

EXCERCICE 6: « quadrilatère et angle »

(c) est un cercle de centre O et de rayon *r = 3cm* A, B, C et D sont quatre points de (c) tels que : [AC] est un diamètre de (c) ; AB= *r* , D appartient au petit arc BC et mes DCA= 50°. Calculer la mesure de chacun des angles du quadrilatère ABDC.

EXCERCICE 7: Extrait CIAM

ABC est un triangle isocèle en A inscrit dans un cercle (c) de centre O tel que l'angle BAC soit aigu. D est le point diamétralement opposé à B.

1. Démontrer que : mes ADB = mes ABC.
2. Démontrer que les angles DCA et ADB sont complémentaires.

EXCERCICE 8:

Soit ABC un triangle. (c) est un cercle de centre O passe par B et par C et recoupe le segment [AB] en D et [AC] en E.

1. Faire un e figure.

2. Montrer que : mes BDC= mes CEB et que : mes EBA= mes DCA.

EXCERCICE 9:

Soit trois points A, B et C placés dans cet ordre sur un cercle de centre O et de rayon 3cm, de telle façon que les angles au centre : AOB et BOC mesurent 70°.

1. Calculer les longueurs des arcs : AB et AC.

2. Calculer la mesure des angles : BMC ; AMC et AMB. Sachant que M est diamétralement opposé à B.

AG/ SERIE N° 6 : GEOMETRIE DANS L'ESPACE PYRAMIDE ET CONE DE REVOLUTION.

EXCERCICE 1 : « Pyramide régulière »

Soit SABCD une pyramide régulière à base carrée. Sa hauteur mesure 6cm ; le coté de sa base mesure 4 cm. O est le centre de la base.

1. Dessine la pyramide en perspective cavalière. **2.** Calculer la longueur de ses arêtes latérales.

3. Dessine le patron de cette pyramide (échelle $\frac{1}{2}$) **4.** Calculer l'aire latérale et l'aire totale.

5. Calculer le volume de cette pyramide.

EXCERCICE 2: «Tétraèdre à base triangle rectangle»

ABCD est un tétraèdre tel que : la base ABC est rectangle en A et de hauteur [AD]. On suppose que AB= 6cm ; AC= 8cm et AD = 8cm.

1. Dessine ce tétraèdre en perspective cavalière. **2.** Montrer que BCD est un triangle isocèle en B.

3. Calculer le volume de ce tétraèdre. **4.** Calculer l'aire totale de ce tétraèdre.

<u>EXCERCICE 3</u>: «Pyramide à base Losange BFEM 2006»

L'unité de longueur est le cm. ACBE est un losange tel que : CE= 12 et AB= 6.

1. Représente ACBE en dimensions réelles.

2. S est un point n'appartenant pas au plan contenant ce losange tel que : SABC soit un tétraèdre de hauteur [SB] avec SB = 8. **a)** Calculer SA et SC (on remarquera que (SB) $\perp$ (BA) et (SB) $\perp$ (BC)).

b) Calculer l'aire de ACBE en déduire l'aire de ABC. **c)** Calculer le volume du tétraèdre SABC.

<u>EXCERCICE 4</u>: «Pyramide et parallélépipède rectangle»

La figure ci-dessous EFGHIJLK est un parallélépipédique rectangle tel que : EF = 8 cm ; EH= 6cm et HK = 4cm.

1. Calculer le volume du parallélépipède et l'aire totale.

2. Calculer EG. **3.** Calculer l'aire du triangle EGH.

4. Calculer le volume de la pyramide de base EGH de sommet K.

<u>Source</u> : BFEM 1996

<u>EXCERCICE 5</u>:« Patron d'une pyramide »

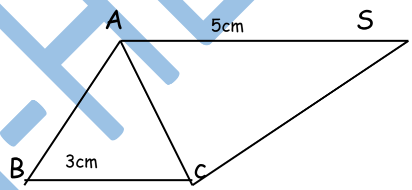
La figure ci-dessous est une partie d'un patron de la pyramide régulière SABC.

1. Terminer ce patron.

2. Calculer l'apothème de cette pyramide.

3. Calculer l'aire latérale et l'aire totale.

4. Calculer la hauteur et le volume.



<u>EXCERCICE 6</u>: «cône de Révolution»

SAB est un cône de révolution de sommet S de centre O et du diamètre de base le segment [AB] tel que : AB = 4 cm et SO = 8cm. **1.** Dessine ce cône en perspective cavalière. **2.** Calculer la génératrice [SA].

3. Calculer le volume et l'aire totale du cône. **4.** Calculer l'angle d'ouverture du développement de ce cône.

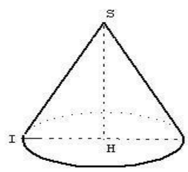
5. Représenter le patron de ce cône.

<u>EXCERCICE 7</u>: « Objet qui a la forme d'un cône »

Le chapeau d'un berger a la forme d'un cône de révolution de sommet S (voir figure ci-dessous) IH=10 cm, SH=10 cm H est le centre du disque de base. **1.** Calculer le volume de ce cône.

2. Calculer l'aire latérale de ce chapeau.

3. Le berger recouvre son chapeau extérieurement d'un papier de décoration vendu par feuille carrée de 10 cm de coté et à 500 F la feuille. Calculer la dépense minimale.



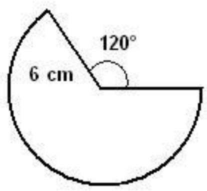
On donne $\pi = 3{,}14$

<u>Source</u> : BFEM 2005

<u>EXCERCICE 8</u>: « Patron d'un cône » BFEM 2004

1. La figure ci-dessous représente le patron de la partie latérale d'un cône de révolution. Montrer que le rayon de sa base est 4 cm et que sa hauteur h mesure : $2\sqrt{5}$ cm puis calculer son volume.

2. On coupe ce cône par un plan parallèle à sa base à $\frac{2}{3}$ de la hauteur à partir de la base. Calculer le volume du tronc.



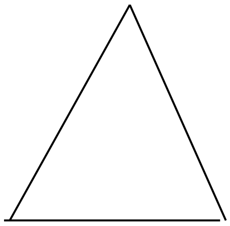
EXCERCICE 9: « Cône et sphère »

Une balise est formée d'un demi boule surmontée d'un cône de révolution comme l'indique la figure ci-dessous. On donne AB= 10cm et BC= 12cm.

1. Calculer la distance AO.

2. Calculer le volume V de la balise.

3. Calculer l'aire latérale A_{lat} de la balise.



EXCERCICE 10: « Section d'une pyramide à base trapèze BFEM 1997»

1. Une pyramide de sommet S et de base le trapèze ABCD a pour hauteur SA= 8cm. On donne AB= 6cm ; DC= 4cm et AD= 3cm. Le trapèze est rectangle de base [AB] et [DC]. Calculer l'aire de ce trapèze.

2. Faire un figure de la pyramide. **3.** Préciser la nature du triangle SAB. Calculer SB.

4. Calculer le sinus de l'angle ABS.

5. Un plan P sectionne la pyramide (ABCDS) parallèlement à sa base (ABCD) à 1/3 de sa hauteur [SA] à partir de A et coupe respectivement les arêtes [SA] ; [SB] ; [SC] et [SD] en I, J, K et L.

6. Compléter la figure et préciser la nature de la section (IJKL). **7.** Monter que $\frac{IJ}{AB} = \frac{2}{3}$ et en déduire IJ.

8. Calculer le volume de la pyramide (IJKLS) et celui du tronc (IJKLABCD).

EXCERCICE 11: « Tronc d'une pyramide et cône »

Un entrepreneur des travaux publics doit aménager le long des allées d'une avenue des bancs en béton. Il hésite entre deux modèles :

Le modèle 1 a la forme d'un tronc de cône de révolution dont les bases parallèles ont respectivement 20 cm et 10 cm de rayons.

Le modèle 2 a la forme d'un tronc de pyramide dont les bases parallèles sont des carrées de cotés respectifs 40cm et 20cm.

Les deux modèles ont une hauteur de 50cm.

1. Représenter chaque modèle.

2. Sachant que le modèle le moins volumineux est le plus économique pour l'entrepreneur ; aidez le à faire le bon choix. **Source BFEM 2003**

EXCERCICE 12: « Objet qui a la forme d'un tronc de pyramide » BFEM 2009 1^er^ groupe

SABCD est une pyramide régulière dont la base est un carré de 240cm de coté.

1. On coupe cette pyramide par un plan parallèle à sa base. Le tronc de la pyramide obtenu (la partie différente de la réduction) est un récipient de 30 cm de profondeur et dont l'ouverture est un carré de 80cm de coté.

a) Montrer que la hauteur de la pyramide initiale SABCD est de 45cm et que celle de la pyramide réduite est 15cm.

b) Calculer le volume de ce récipient.

2. Les faces latérales de ce récipient sont des trapèzes de mêmes dimensions.

a) Montrer que la hauteur de ces trapèzes est $10\sqrt{73}$ cm.

b) Calculer l'aire latérale de ce récipient.

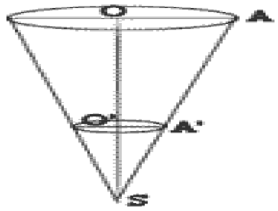
EXCERCICE N°13: BFEM 2000

On se propose de calculer le volume d'un seau qui a la forme d'un tronc de cône de révolution. On donne OS= $2\sqrt{13}$ et AO= 2a a étant un nombre réel positif, et O' milieu de [OS].

1. Calcule O'A' en fonction de a.

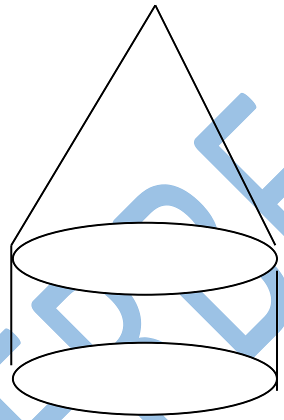
2. On prend a = $\sqrt{3}$ pour la suite et pour unité le dm.

a) Calcule le volume du cône initial.

b) Calcule le volume du cône réduit et en déduire celui du seau. **3.** On donne $\pi \cong 3{,}14$; $\sqrt{13} \cong$ 3,6 et $\sqrt{3} \cong 1{,}7$. Préciser à 10^{-2}, la valeur du volume du seau.	

<u>EXCERCICE N°14</u>: BFEM 2008

Un réservoir est constitué d'un cylindre de rayon de base r et de hauteur h et d'un cône de révolution de même rayon de base et de hauteur h'= $\frac{3h}{2}$. (Voir la figure ci-dessous)

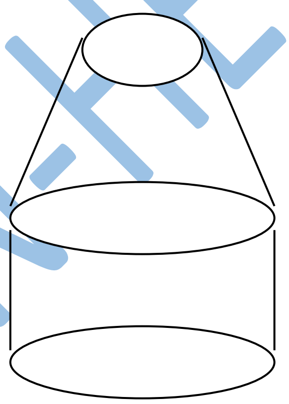


1. Montrer que le volume de cylindre est le double de celui du cône.

2. Dans la suite on donne r = 4cm.

a) Calculer la hauteur h' du cône pour que le volume du réservoir soit de 528 cm^3.

b) Pour créer une ouverture du réservoir on coupe le cône à mi-hauteur parallèlement au plan de sa base. On obtient un réservoir ayant la forme indiquée par la figure ci-dessous : Calculer le volume restant du réservoir. On donne $\pi \cong \frac{22}{7}$.



<u>EXCERCICE N°15</u>: « Section pyramide et cône »

On considère une pyramide de sommet E et de base un carré ABCD et de hauteur [EA].

On donne EA = AB = 5cm. **1.** Calculer la longueur AC et en déduire la longueur CE.

2. Démontrer que le triangle EBC est rectangle en B.

3. On coupe cette pyramide par un plan P_1 parallèle à sa base à $\frac{1}{3}$ à partir de la base. Calculer le volume du tronc de pyramide obtenu. **4.** Soit C_1 le cercle circonscrit à la base ABCD de la pyramide EABCD. Déterminer son centre et son rayon. **5.** On considère le cône de révolution de base C_1, de sommet F et de hauteur [FO] telle que FO = 5cm. Calculer l'aire latérale de ce cône. **6.** On coupe ce cône par un plan P_2 parallèle à sa base à $\frac{2}{5}$ à partir du sommet. Calculer le volume du tronc de cône obtenu.

<u>EXCERCICE 16</u>: «BFEM DU 2^ND^ GROUPE»

Répondre par vraie ou fausse en justifiant la réponse

1. Un cône de révolution dont la hauteur mesure 10cm et dont le rayon mesure de base mesure 6cm a un volume de 360 π cm^3.
2. Si on double l'arét d'un cube son volume est multiplié par 2.

AG/ SERIE N°7 : ISOMETRIE ET TRANSFORMATION DU PLAN.

<u>EXERCICE 1</u>: « Les transformations »

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, O\vec{I}, O\vec{J})$. On donne les points A$\binom{1}{1}$, B$\binom{3}{2}$ et C$\binom{2}{3}$.

1. Trouver les coordonnées de D pour que ABDC soit un parallélogramme. On notera ABDC la figure (1).

2. Construire la figure (2) image de la figure (1) par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

3. Construire la figure (3) image de la figure (1) par la rotation de centre A et d'angle 45° dans le sens des aiguilles d'une montre.
4. Construire la figure (4) image de la figure (1) par la symétrie centrale de centre O.
5. Construire la figure (5) image de la figure (1) par la symétrie orthogonale d'axe (yy') centrale de centre O.
(Utiliser des couleurs différentes).

<u>EXERCICE 2:</u>

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{OI}, \vec{OJ}\right)$. On donne les points K$\binom{-2}{1}$, M$\binom{1}{-3}$ et N$\binom{2}{-5}$.

1. Trouver les coordonnées de P image de K par la translation de vecteur $\vec{MN}$.
2. Trouver les coordonnées de F symétrique de K par rapport à O. **(On demande de faire la figure).**

<u>EXERCICE 3</u>: BFEM 2009

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J), On donne les points : A (5 ; 0) ; B (6 ; 2) et C (2 ; 4).
1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en B.
2. Construis le point D tel que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB}$ puis calculer ces coordonnées.
3. Construis le point E symétrique de C par rapport à B, puis calcule ses coordonnées.
4. Justifier que le quadrilatère ACDE est un losange.
5. Soit F (12 ; 4) ; justifier que F est l'image de E par la translation de vecteur.

<u>EXCERCICE 4:</u> Au BFEM du 2nd Groupe.

Répondre par vrai on faux en justifiant la réponse
1. La symétrie de centre A suivie de la symétrie de centre B est égale à la translation de vecteur 2 $\overrightarrow{BA}$.
2. La translation de vecteur $\vec{u}$ suivie de la translation de vecteur $\vec{v}$ est égale à la somme de $\vec{v} + \vec{u}$.

<u>EXERCICE 5</u>: « Symétrique orth successive »

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{OI}, \vec{OJ}\right)$.
1. Placer les points A (1 ; -1) ; B (3 ; 1) et C (1 ; 3).
2. Montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux. En déduire que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
3. Calculer les coordonnées du point E milieu de [AC].
4. Construire le point F symétrique de E par le symétrique orthogonal d'axe (BC) suivi de (AB).
5. Calculer les coordonnées du point F.

<u>EXERCICE 6:</u> « Symétrique orthogonal successive » BFEM 2008

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; OI ; OJ), on donne les droites (D) et (D') telles que : (D) : x–y+1= 0 et (D') : x +y+3=0.
1. Montrer que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.
2. Tracer les droites (D) et (D') dans le repère.
3. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection A de (D) et (D').
4. Soit B (0 ;-5). Construire le point E image de B par le symétrique orthogonal d'axe (D') suivie de celle d'axe (D). Quelle est la nature de cette transformation du plan ?
5. Trouver les coordonnées de E.

<u>EXERCICE 7:</u> « Symétrique orthogonal successive »

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; OI ; OJ), on donne les droites (D) et (D') telles que : (D_1) : y = x et (D_2) : y = $x + 2$. **1.** Montrer que les droites (D) et (D') sont parallèles.
2. Tracer les droites (D_1) et (D_2) dans le repère.
3. Construire le point A' image A par la symétrique orthogonale d'axe (D_1) suivi de (D_2).
4. Déterminer graphiquement les coordonnées du point A'.

<u>EXERCICE 8:</u> « Symétrique centrale successive »

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{OI}, \vec{OJ}\right)$.**1.** Placer les points N (-1 ; -1) ; M (-3 ; 1) et C (-1;3).
3. Placer le point Q symétrique de N par rapport à M suivi de P. **3.** Calculer les coordonnées du point Q.