UNIVERSITÉ CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR

OFFICE DU BACCALAUREAT

Téléfax (221) 33 824 65 81 - Tél. : 33 824 95 92 - 33 824 65 81

12 G 26 A 01
Durée : 4 heures
Séries : S2-S2A-S4-S5 – Coef. 5

Epreuve du 1er groupe

MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12.08.1988).

EXERCICE 1 (03,75 points)

Une urne contient 3 boules vertes et 4 boules rouges indiscernables au toucher.
On tire au hasard une boule dans l'urne.

- Si elle est rouge, on la remet dans l'urne, puis on tire simultanément deux boules.
- Si elle est verte, on ne la remet pas, puis on tire une boule de l'urne.

Soit les événements suivants :

[illegible] : la boule tirée au premier tirage est rouge ;

[illegible] : les boules tirées au deuxième tirage sont rouges ;

[illegible] : les boules tirées au deuxième tirage sont vertes ;

[illegible] : la boule tirée au deuxième tirage est rouge.

Soit [illegible] la probabilité sur l'univers Ω.

1) Vérifier que
[illegible] ; [illegible] ; [illegible] ; [illegible]. **(0,25pt +0,25pt +0,25pt +0,5 pt)**

2) Montrer que la probabilité :
   a) de ne pas avoir de boule rouge au deuxième tirage est $\frac{11}{49}$; **(0,5 pt)**
   b) d'avoir deux boules rouges au deuxième tirage est [illegible]. **(0,5 pt)**

3) Soit [illegible] la variable aléatoire correspondant au nombre de boules rouges obtenues au deuxième tirage.
Déterminer la loi de probabilité de [illegible]. **(0,5 pt)**

4) Déterminer puis représenter graphiquement la fonction de répartition de [illegible]. **(01 pt)**

Echelle pour la représentation :

- Sur l'axe des abscisses 2 cm $\rightarrow$ 1 unité
- Sur l'axe des ordonnées 4 cm $\rightarrow$ 1 unité.

EXERCICE 2 (07,5 points)

A) On considère la fonction g définie par : $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$

1) Calculer g(1). **(0,25 pt)**

2) Etudier les variations de g. **(02 pts)**

3) Déduire de cette étude le signe de g(x) pour tout x de l'ensemble de définition de Dg de la fonction g. **(0,5 pt)**

B) On considère la fonction f définie par : $f(x) = 2 - x +$ [illegible].

1) Préciser l'ensemble de définition D_f de f. **(0,25 pt)**

2) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations. **(02,5 pts)**

3) a) Montrer que la courbe représentative ($\mathscr{C}_f$) de f admet comme asymptote la droite (Δ) d'équation y = − x + 2. **(0,25 pt)**

   b) Etudier la position de ($\mathscr{C}_f$) par rapport à (Δ) suivant les valeurs de x. **(0,25 pt)**

4) Déterminer les coordonnées du point A de ($\mathscr{C}_f$) où la tangente est parallèle à (Δ). **(0,5 pt)**

5) Représenter dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 2 cm) la courbe ($\mathscr{C}_f$) et les droites asymptotes. **(01 pt)**

EXERCICE 3 **(06points)**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1) Résoudre dans ℂ l'équation suivante sachant qu'elle admet une racine imaginaire pure.

   $z^3 - 2(1 + i)z^2 + 2(1 + 2i)z - 4i = 0$. **(E)** **(0,75 pt)**

2) On considère les points A, B et C d'affixes respectives 1 +i, 2i et i. Placer A, B et C dans le repère. (unité graphique : 2cm). **(0,25 pt)**

3) Pour tout nombre complexe z différent de 1 + i, on associe le nombre complexe z' définie par : z' = $\frac{[illegible]}{[illegible]}$.

   a) Interpréter graphiquement $|z'|$ et arg (z'). **(01 pt)**

   b) Déterminer puis construire l'ensemble (E_1) des points M d'affixe z tels que z' soit imaginaire pur. **(0,75 pt)**

   c) Déterminer puis construire l'ensemble (E_2) des points M d'affixe z tels que $|z'| = 2$. **(0,75 pt)**

4) Soit S la similitude directe de centre C transformant A en B.

   a) Déterminer la nature du triangle ABC. **(0,25 pt)**

   b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de S. **(0,25 pt)**

   c) Déterminer les images par S de (E_1) et (E_2) puis les construire. (Utiliser des couleurs différentes). **(01 pt + 01pt)**

EXERCICE 4 **(02,75 points)**

On donne l'équation différentielle $f'' + 2f' + f = 0$ (E).

On pose pour tout réel x, $k(x) = e^{-x} h(x)$.

1) Démontrer que k est solution de (E) si et seulement si, pour tout réel x, $h''(x) = 0$. **(0,5 pt)**

2) Résoudre l'équation différentielle $h'' = 0$. **(0,25 pt)**

3) En déduire la solution générale f de (E). **(01 pt)**

4) Déterminer toutes les primitives de f sur IR. **(01 pt)**