

## SERIE SUR LES LIMITES

**Exercice 1 :**

Etudier la limite de f en a pour chacun des cas suivants.

a)  $f(x) = x + \frac{1}{x-2}$  avec  $a = 2$

b)  $f(x) = \frac{3x^2 - 3x - 2}{x-2}$  avec  $a = 2$

c)  $f(x) = \frac{3x-2}{x+2}$  avec  $a = -2$

d)  $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x-1}$  avec  $a = 1$

e)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$  avec  $a = -1$

f)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$  avec  $a = 1$

g)  $f(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$  avec  $a = 4$

h)  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{(x^2-9)^2}$  avec  $a = 3$

i)  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}-1}$  avec  $a = 0$

j)  $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{2x+2}-2}$  avec  $a = 2$

k)  $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 3x - 4}{x^3 - 1}$  avec  $a = -1$

**Exercice 2 :**

1° Dans chacun des cas suivants donner l'ensemble de définition de f et calculer les limites aux bornes du domaine de f .

1)  $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x+1}$  2)  $f(x) = \frac{5x+1}{2x-3}$

3)  $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-4}$  4)  $f(x) = \frac{3x^2-2x+1}{x-1}$

5)  $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x}-4}$

6)  $f(x) = -1 + \frac{1}{\sqrt{3x}-3}$

2° Dans chaque cas, préciser les asymptotes horizontales et verticales. Tapez une équation ici. es à la courbe représentatives de f.

**Exercice 3 :**

Calculer les limites suivantes :

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x^2+1}}{3x-1}$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2+1}}{3x-1}$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x + 2 + \sqrt{x^2 - 3x + 1}$  et

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x + 2 + \sqrt{x^2 - 3x + 1}$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x^2+1}+5x}{3x-1}$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2+1}+5x}{3x-1}$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2+1}$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2+1}$

e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x^2+1}}{\sqrt{4x^2+3}}$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2+1}}{\sqrt{4x^2+3}}$

f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 - 3x + 1}}{2x + \sqrt{4x^2 + x}}$

**Exercice 4 :**

Soit la fonction f définie sur  $D = [0; +\infty[$  par :

$$f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x}.$$

1° Démontrer que, pour tout x de D, on a :

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}}.$$

2° Démontrer que, pour tout x de D :

$$0 \leq f(x) \leq \frac{2}{\sqrt{x}}.$$

En déduire la limite de la fonction f en  $+\infty$ .

**Exercice 5 :**

Déterminer à l'aide du théorème de comparaison, les limites suivantes :

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \cos x}{\sqrt{x}}$  b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 1}$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 1}$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos x - x$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \cos x - x$

d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cos x + 2}{x}$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x + 2}{x}$

**Exercice 6 :**

Déterminer, à l'aide du théorème de comparaison, les limites suivantes :

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$  b)  $\lim_{x \rightarrow 0} 1 + x^2 \cos \frac{1}{x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x}$