TD OSCILLATIONS MECANIQUES :

Exercice 1 :

Un ressort élastique de masse négligeable est fixé par une de ses extrémités. On suspend à l'autre extrémité une masse M de 500 g. La constante de raideur k du ressort est égale à 20 $N.m^{-1}$.

1. Calculer l'allongement du ressort.
2. On tire la masse verticalement vers le bas de 5 cm à partir de sa position d'équilibre précédente et on l'abandonne à l'instant t = 0 sans vitesse initiale. La masse se met à osciller verticalement. Montrer que le mouvement de M est rectiligne et sinusoïdal. Ecrire l'équation horaire de ce mouvement.
3. Calculer la période T des oscillations de M.
4. A quel instant M passe-t-elle pour la première fois par sa position d'équilibre, et avec quelle vitesse ?

Exercice 2 :

Soit un ressort élastique, à réponse linéaire, de constante de raideur k, de masse négligeable. Une de ses extrémités est fixée en O, l'autre est attachée à un solide S, de masse m, qui peut se déplacer sans frottement sur une table à coussin d'air horizontale. On réalise ainsi un pendule élastique horizontal.

On écarte le solide S d'une distance X_0 par rapport à sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale.

1. Exprimer à chaque instant, sous forme littérale, l'énergie cinétique, l'énergie potentielle et l'énergie mécanique du système S, en précisant l'état de référence choisi. Que peut-on dire de l'énergie mécanique du système ? Pourquoi ?
2. A partir de l'étude énergétique, établir l'équation différentielle du mouvement du solide en prenant comme variable l'abscisse du solide par rapport à sa position d'équilibre. En déduire la nature du mouvement de S.
3. L'étude expérimentale du mouvement montre que 25 oscillations du solide dure 8,1 s. Sachant que la masse du solide vaut m = 200 g, en déduire la valeur numérique du coefficient de raideur k du ressort.

Exercice 3:

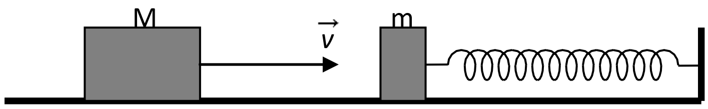
Un solide S accroché à un ressort est astreint à un mouvement de translation sur la ligne de plus grande pente d'un plan, incliné de l'angle α sur l'horizontale. A partir de la position d'équilibre, on déplace le solide vers le bas de 4 cm et on le lâche sans vitesse initiale. Le solide est assimilé à une masse ponctuelle m. Le ressort a une longueur à vide l_0 et une constante de raideur k. Les frottements sont négligeables et on donne :

$g = 10\ m.s^{-2}$, m = 150 g, l_0 = 14 cm, $\alpha = 30°$.

1. A l'équilibre le ressort s'est allongé de 1,5 cm. Calculer la constante de raideur du ressort.
2. Déterminer l'équation horaire du mouvement. Calculer la période propre de l'oscillateur.

Montrer que l'énergie mécanique est constante. Calculer sa valeur numérique.

Exercice 4:



Une masse M vient frapper, avec une vitesse $\vec{v}$, un butoir constitué par un bloc métallique de masse m auquel est fixée une des extrémités d'un ressort élastique, horizontal, de coefficient de raideur k, dont les spires restent constamment non jointives. L'autre extrémité du ressort est attachée au bâti fixe de l'appareil.

Le bloc métallique qui forme le butoir est guidé par des rails sur lesquels il glisse sans frottement.

1. Quelles sont, immédiatement après le choc, les vitesses du chariot et du bloc métallique constituant le butoir ? On néglige la masse du ressort et on admet que le choc étant parfaitement élastique, il se fait avec conservation de l'énergie cinétique. A.N. : v = 5 $m.s^{-1}$; M = 10 kg ; m = 5 kg.
2. Si aucun autre choc ne se produisait, quelle serait la nature du mouvement pris par le butoir après ce premier choc ? Etablir son équation horaire.
3. Déterminer la période et l'amplitude correspondante. A.N. : $k = 40.10^3\ N.m^{-1}$.

Exercice 5:

Un palet (P) à cousin d'air assimilé à un point matériel de masse m = 500 g, est percé d'un trou à travers lequel passe une tige horizontale TT'. Le palet est accroché à deux ressorts identiques R1 et R2 de masse négligeable, enfilés autour de la tige TT' et tendus entre deux points M et N. Les deux ressorts ont même constante de raideur $k_1 = k_2 = k = 10\ N.m^{-1}$ et même longueur à vide $\ell_{0_1} = \ell_{0_2}$ = 18 cm.

1. Les extrémités M et N des deux ressorts sont fixés. Les ressorts ont alors pour longueur $\ell_1 = \ell_2$ = 25 cm lorsque le palet est en équilibre (figure 1). On écarte alors le palet P de sa position d'équilibre dans la direction MN de x_0 = + 2 cm, puis on l'abandonne à l'instant t = 0 avec une vitesse de valeur algébrique v_0 = - 0,20 m s^{-1}. On rapporte le mouvement du palet au repère OX, l'origine O du repère, correspond à la position du palet lorsque le système est en équilibre. Les frottements sont supposés négligeables.

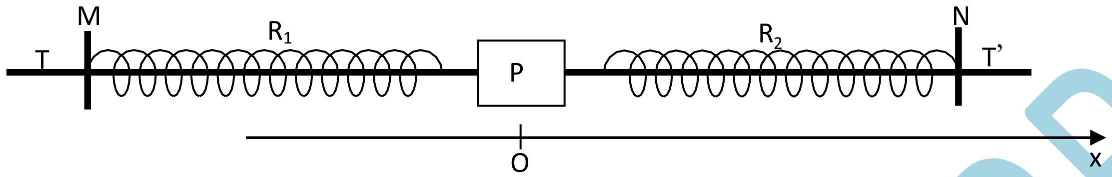


Figure 1

1.1. Donner, à une date t quelconque, l'expression de l'allongement de chacun des ressorts en fonction de l'abscisse x de P à cette date.

1.2. Montrer que l'équation différentielle du mouvement de P s'écrit : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2k}{m}x = 0.$

1.3. Etablir l'équation horaire du mouvement de P. Calculer la période T_0 du mouvement.

2. L'extrémité N du ressort R2 reste fixée. Le point M est relié à un excitateur constitué d'un petit moteur comme l'indique la figure 2. On met en route l'excitateur et on réalise plusieurs enregistrements en modifiant la vitesse de rotation du moteur (figure 2). On obtient les courbes ci-après (courbe 1, courbe 2, courbe 3 sur la page 3). Le dispositif d'enregistrement n'est pas représenté sur la figure.

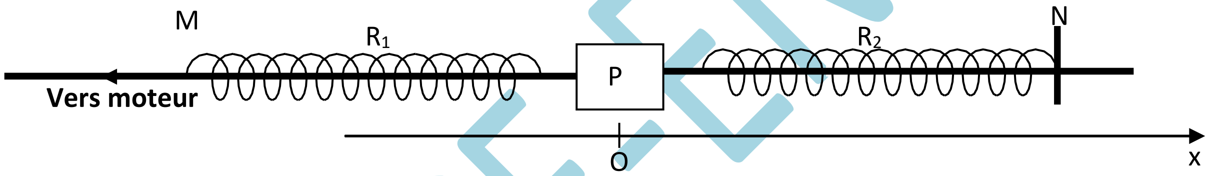


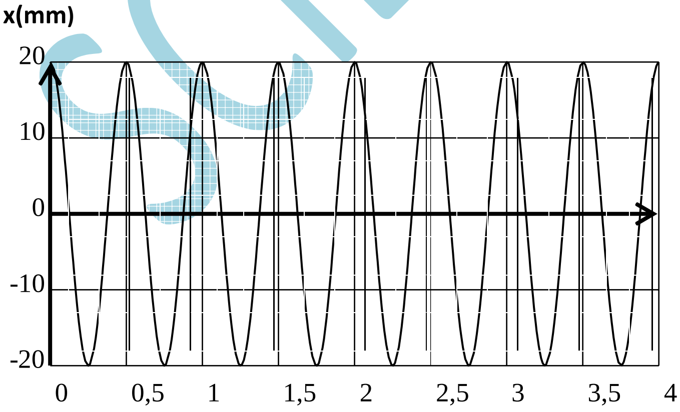
Figure 2

2.1. Quel nom doit-on donner aux oscillations ainsi obtenues ?

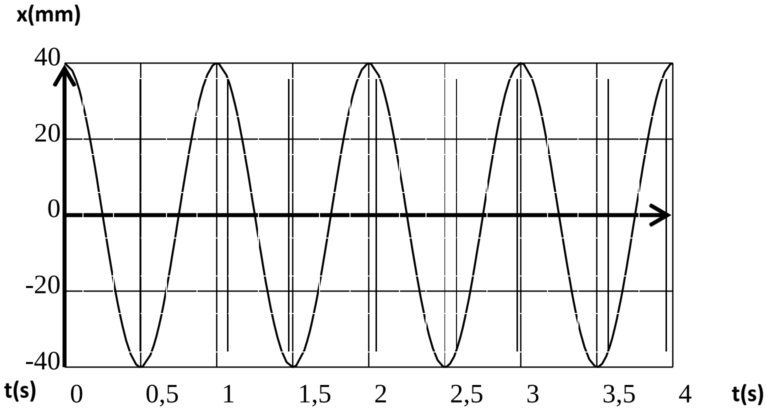
2.2. Déterminer graphiquement l'amplitude et la fréquence des oscillations pour chaque courbe.

2.3. Justifier le fait que l'amplitude des oscillations du palet soit plus grande pour la courbe 2.

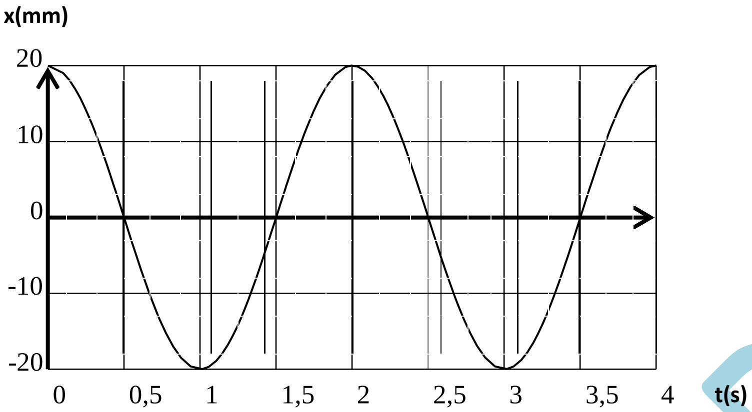
2.4. Le point M étant toujours relié au moteur dont la vitesse de rotation est réglée dans les conditions d'obtention de la courbe 2. On associe alors P à une palette immergée dans de l'huile. Comment évolue alors l'amplitude des oscillations ? Ebaucher la courbe x = f(t) en considérant un amortissement faible. Quel peut être l'intérêt d'un tel dispositif ?



Courbe 1

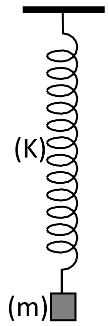


Courbe 2



Courbe 3

Exercice 6:



En travaux pratiques un groupe d'élèves utilisent deux méthodes différentes pour déterminer la constante de raideur K d'un ressort à spires non jointives.

1. La méthode statique :

L'extrémité supérieure du ressort est fixée. A son extrémité libre, sont suspendues successivement des masses de différentes valeurs (figure a). Pour chaque masse m l'allongement Δl du ressort est mesuré à l'aide d'une règle (non représentée sur la figure). Le tableau de valeurs suivant est obtenu :

m (kg)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
Δl (cm)	2,5	5,0	7,5	10	12,4	15,1	17,5	19,8

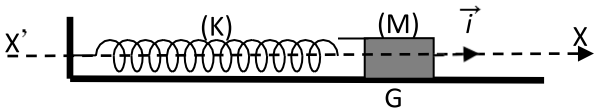
1.1. Tracer le graphe de l'allongement Δl en fonction de la masse m. En déduire la relation numérique entre Δl et m.

1.2. Sur un schéma, représenter les forces s'exerçant sur la masse m. Traduire alors la condition d'équilibre et en déduire l'expression de K en fonction de m, Δl et l'intensité de la pesanteur g.

1.3. En déduire la valeur de la constante de raideur K. On prendra $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.

2. La méthode dynamique :

Dans cette partie le ressort précédent est utilisé pour réaliser un oscillateur horizontal. Le solide de masse M, de valeur inconnue, solidairement lié au ressort, se déplace sur un support horizontal (figure b). Tous les frottements sont négligés. On utilise un axe X'X horizontal orienté par le vecteur unitaire $\vec{i}$ et on repère la position du centre d'inertie G du solide par son abscisse X sur cet axe.



A l'équilibre le ressort n'est ni comprimé, ni allongé et l'abscisse X est nulle (le point G est confondu avec l'origine de l'axe X'X).

A un instant choisi comme origine des temps, la masse est écartée de sa position d'équilibre, et lâchée sans vitesse initiale.

2.1. Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la masse M à un instant t donné et les représenter sur un schéma.

2.2. Par application du théorème du centre d'inertie appelé aussi deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle du mouvement. En déduire l'expression de la période T0 des oscillations en fonction de la constante de raideur K et de M.

2.3. La mesure de 10 oscillations donne 10,6 s. Calculer T_0.

2.4. L'objet précédent de masse M est surchargé d'une masse $m_1 = 20$ g fixée sur lui. Le système est à nouveau mis en oscillation comme précédemment. Cette fois la durée de 10 oscillations donne 10,7 s. Exprimer la nouvelle période T en fonction de K, m_1 et M.

2.5. En déduire l'expression de K en fonction de T_0, T et m_1.

2.6. Calculer K. Comparer avec le résultat obtenu par la méthode statique. Expliquer