SCIENCE EN HERBE — MATHS PREMIERE S1 & S3

DEVOIR N°2-2 DU 2nd SEMESTRE :

DUREE : 3H

Exercice 1 :

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{1+\sin x}{1-\cos x}$

1. Déterminer le domaine de définition de f. (0,5 pt)
2. Soit D_E la restriction de D_f sur $[-\pi,\ \pi]$.
   Donner D_E.
   Déterminer les limites de f aux bornes de D_E. (0,5 pt)
3. Calculer $f'(x)$. Etudier le signe de $f'(x)$ sur D_E (1 + 2,5 pts)
4. Dresser le tableau complet de variation de f sur D_E. (0,5 pt)

Exercice 2 :

Calculer l'expression de f' puis la mettre sous forme factorisée ou sous la forme réduite la plus simple.

1. $f(t)=\dfrac{t\sqrt{t\ x}}{t-x}$ (1,5 pt)
2. $f(x)=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+3x\right)\cos(3x)\sin 6x$ (1,5 pts)

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}x^2+mx+\dfrac{1}{2}\ , & \text{si } x\le 1\\ \dfrac{x^2+mx+m^2-1}{x+m-1}\ , & \text{si } x>1\end{cases}$

où m est un paramètre réel.

1. Déterminer suivant les valeurs du paramètre réel m le domaine de définition D_f de f. (1 pt)
2. Etudier la continuité de f en 1 suivant les valeurs de m. (1,5 pts)
3. a) Etudier la dérivabilité de f en 1 suivant les valeurs de m. (1,5 pts)
   Donner une interprétation géométrique des résultats (1 pt)
   b) Etudier la dérivabilité de f sur D_f. (1 pt)

Exercice 4 :

Soit (D) et (Δ) deux droites du plan et A et B deux points distincts non situés sur (D) et (Δ).
Construire un point M sur (D) et un point (N) sur (Δ) tels que ABMN soit un parallélogramme.
NB : On donnera l'algorithme de construction.

Exercice 5 :

ABCD est un parallélogramme tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})=\pi/6$.

ADE est un triangle équilatéral.

CMNP est un parallélogramme tel que $(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CM})=\pi/2$.

Démontrer que $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{NP}$ sont colinéaires et de même sens.