

Exercice 1 :

Sur le cercle trigonométrique (C) muni d'un repère orthonormal direct et tel que $\overrightarrow{OA} = \vec{i}$. On considère les points B, C et D tels que : $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = x$, avec $x \in \mathbb{R}$,

$$(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}) = \frac{2\pi}{3} \text{ et } (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}) = \frac{2\pi}{3}.$$

1) a) Faire une figure.

Donner une mesure de $(\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OB})$.

b) Démontrer que le triangle BCD est équilatéral quelle que soit la position de B.

c) Montrer que $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

d) Préciser une mesure de $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC})$ et de $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OD})$ en fonction de x.

2) Dédurre des questions précédentes que, pour tout réel x :

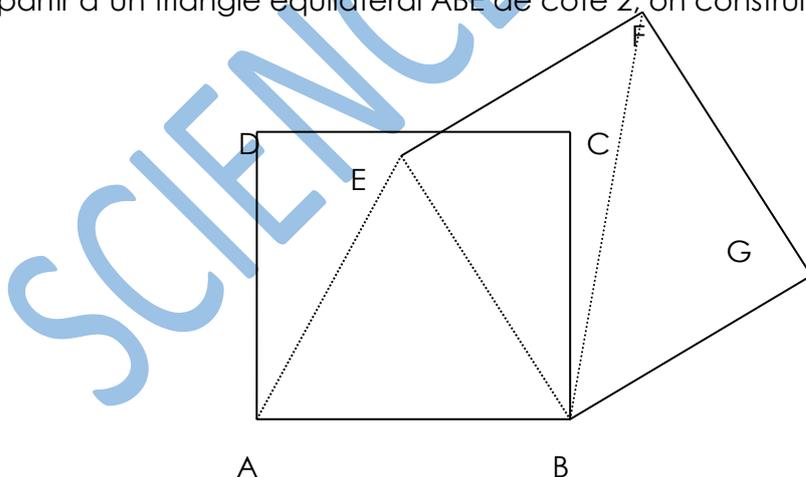
$$\cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

$$\text{et } \sin x + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

3) Vérifier les deux égalités précédentes en utilisant les formules d'addition.

Exercice 2 :

A partir d'un triangle équilatéral ABE de côté 2, on construit deux carrés.



a) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB}$.

b) Montrer que le triangle BCG est équilatéral. En déduire $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BG}$, puis $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{EF}$.

c) Calculer $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{EF}$.

d) Calculer $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{BF}$. En déduire que les points D, E et G sont alignés.

Problème :

On considère la fonction f défini par $f(x) = |x^2 + 2x - 3|$

- 1) Quel est le domaine de définition de f .
- 2) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
- 3) Ecrire f sans le symbole valeur absolue.
- 4) Etudier la dérivabilité de f en -3 et en 1 .
- 5) Montrer que l'ensemble de point de la courbe (C) de f d'abscisse $x \in [-3, 1]$ forme un demi-cercle de centre $I(-1; 0)$ et de rayon à préciser.
- 6) Calculer la fonction dérivée f' de f et donner le tableau de variation de f .
- 7) Déterminer l'équation de la tangente à (C) au point d'abscisse 2 .
- 8) Construire la courbe représentative de f , **unité graphique 2 cm.**