OFFICE DU BACCALAUREAT

Téléfax (221) 825.24.58 - Tél. : 824.95.92 – 824.65.81

Durée : 4 heures

Séries : S 2-S2A-S4-S5 – Coef. 5

Epreuve du 1er groupe

MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées . Les calculatrices permettent d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

EXERCICE-I (05 points)

Le tableau statistique ci-dessous donne le degré de salinité Y_i du Lac Rose pendant le $i^{\text{ème}}$ mois de pluie, noté X_i.

X_i	0	1	2	3	4
Y_i	4,26	3,4	2,01	1,16	1,01

Dans ce qui suit il faudra rappeler chaque formule le cas échéant, avant de faire les calculs. On donnera les valeurs approchées par excès des résultats à 10^{-3} près.

1) a) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de cette série (X, Y) et interpréter le résultat. **(01,5 point = 0,25pt + 1,25pt)**

b) Quelle est l'équation de la droite de régression de Y en X. **(0,5 pt = 0,25pt + 0,25pt)**

c) Cette équation permet-elle d'estimer le degré de salinité du lac au $6^{\text{ième}}$ mois de pluie, le cas échéant ? Justifier la réponse. **(0,25pt)**

2) On pose $Z = \ln(Y - 1)$.

a) Donner le tableau correspondant à la série (X, Z). Les résultats seront arrondis au millième près. **(0,5 pt)**

b) Donner le coefficient de corrélation linéaire de cette série (X , Z). **(01,5 point = 0,25pt + 1,25pt)**

c) Donner l'équation de la droite de régression de Z en X, puis exprimer Y en fonction de X. **(0,5 pt = 0,25pt + 0,25pt)**

d) Utiliser cette équation pour répondre à la question 1/c). **(0,25pt)**

EXERCICE-II (05 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$. S est la similitude plane directe de centre O, d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Soit M le point d'affixe z et M' le point d'affixe z' avec M' = S (M).

1) Exprimez z' en fonction de z. **(0,5 pt)**

2) On définit la suite des points $(M_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de la façon suivante :

$$\begin{cases} M_0 \text{ d'affixe } z_0 = 1 + i \\ M_n = S(M_{n-1}) \quad \text{pour } n \geq 1 \end{cases}$$

z_n est l'affixe de M_n, pour tout entier naturel n.

a. Déterminer les affixes des points M_1, M_2 et M_3. **(01,5 pt)**

b. Exprimer z_n en fonction de z_{n-1} pour $n \geq 1$. **(0,5 pt)**

c. En déduire que $z_n = (i\frac{\sqrt{2}}{2})^n z_0$. **(01 pt)**

d. Soit $a_n = |z_n|$, montrer que a_n est le terme général d'une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. **(01 pt)**

e. Etudier la convergence de la suite (a_n) , $n \in \mathbb{N}$. **(0,5 pt)**

…/…2

PROBLEME **(10 points)**

Les résultats de la partie A seront utiles dans la partie B.

PARTIE A

1) Montrer que $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - x - 1}{x} = 0$. **(0,5 pt)**

2) Soit $k :]0\,;+\infty[\to \mathbb{R}$
$x \longmapsto x(1 - \ln x)$

a) k est-elle continue sur $]0\,;+\infty[$? Justifier la réponse. **(0,5 pt)**

b) Soit $K :]0\,;+\infty[\to \mathbb{R}$
$x \longmapsto \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}x^2\ln x$

Vérifier que K est une primitive de k, dans $]0\,;+\infty[$. **(0,25 pt)**

PARTIE B

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 2 cm).

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} e^x - x - 1 & si\ x \leq 0 \\ x\ln x & si\ x > 0 \end{cases}$

1) Déterminer D_f, le domaine de définition de f. Puis calculer les limites de f aux bornes de D_f. **(0,75 pt)**
2) a) Etudier la continuité de f en 0. **(0,5 pt)**
   b) Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter géométriquement les résultats. **(0,1 pt)**
3) Donner les domaines de continuité et de dérivabilité de f. **(02x 0,25 pt)**
4) Calculer la dérivée de f sur son domaine d'existence et étudier son signe. **(01 pt)**
5) Dresser le tableau de variations de f. **(0,5 pt)**
6) Montrer que la droite (Δ) d'équation : y = -x-1 est une asymptote de la courbe (C_f) de f dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$ quand x tend vers $-\infty$. **(0,25 pt)**
7) Préciser la nature de la branche infinie de (C_f) quand x tend vers $+\infty$. **(0,25 pt)**
8) Représenter graphiquement la courbe (C_f) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
   Préciser l'allure de la courbe au point d'abscisse 0 et tracer (Δ). **(02 pts)**
9) Soit h la restriction de f à $\left[\frac{1}{e}\,;+\infty\right[$.
   a) Montrer que h réalise une bijection de $\left[\frac{1}{e}\,;+\infty\right[$ sur un intervalle J à préciser. **(0,5 pt)**
   b) Représenter graphiquement $(C_{h^{-1}})$, la courbe représentative de h^{-1} dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$, à l'aide de (C_f). **(0,5 pt)**
10) Soit $\mathcal{A}_1$ l'aire du domaine du plan délimité par $x = \frac{1}{e}$, $x = e$, la courbe (C_f) et la droite $(\mathcal{D})$ d'équation : y = x.
   a) Calculer $\mathcal{A}_1$. **(0,5 pt)**
   b) En déduire l'aire $\mathcal{A}_2$ du domaine du plan délimité par les droites d'équations respectives : $x = -\frac{1}{e}$, $y = \frac{1}{e}$, la droite $(\mathcal{D})$ et la courbe $(C_{h^{-1}})$. **(0,5 pt)**