

SÉRIE N°2-1 : BARYCENTRE

Exercice 1 :

Soit ABCD un parallélogramme de centre O.

- 1) Définir vectoriellement et placer les points I, J et K, définis par : $I = \text{bar}\{(A, 5); (B, -2)\}$
 $J = \text{bar}\{(B, 1); (C, -2)\}$, $K = \text{bar}\{(C, -5); (D, 2)\}$ ET $D = \text{bar}\{(D, -1); (A, 2)\}$.
- 2) Montrer que IJKL est un parallélogramme de centre O.

Exercice 2 :

Soit ABC un triangle, A' le barycentre des points pondérés (B, -1) et (C, 2), B' est le barycentre de (A, 3) et (C, 2), C' est le barycentre de (A, 3) et (B, -1).

- 1) Placer les points A', B' et C'.
- 2) Soit $G = \text{bar}\{(A, 3); (B, -1); (C, 2)\}$. Montrer que $3\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GA'} = \vec{0}$.
 En déduire que G est un point de AA'.
- 3) Montrer que les droites (AA'), (BB') et (CC') sont concourantes.

Exercice 3 :

Soit A, B, C trois points non alignés.

Soit D le barycentre de $\{(B; 2), (C; 4)\}$, E le barycentre de $\{(C; 4), (A; 1)\}$, F le barycentre de $\{(B; 2), (A; 1)\}$ et G le barycentre de $\{(A; 1), (B; 2), (C; 4)\}$.

1. Construire les points D, E, et F.
2. Démontrer que les droites (AD), (BE) et (CF) sont concourantes en G.
3. a) Montrer que B est barycentre de $\{(C; -2), (D; 3)\}$.
 b) Trouver les coefficients d et b tels que C soit barycentre de $\{(D; d), (B; b)\}$.

Exercice 4 :

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB=4cm et AC=6cm.

- 1) Placer le point G tel que $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
- 2) Montrer que G est le barycentre des points A, B et C affecté des coefficients que l'on précisera.
- 3) Déterminer et représenter l'ensemble (T) des points M du plan tel que $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 10$.
- 4) Montrer que (T) passe par les points C et A.

Exercice 5 :

Soit un ABC un triangle et G le point du plan tel que $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

- 1) Ecrire G comme barycentre de B et C affectés de coefficients à déterminer.
- 2) Soit H le point du plan tel que $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
Montrer que H est le barycentre du système (A,-2), (B,2) et (C,1).
- 3) Construire les points G et H.
- 4) Montrer que A, G et H sont alignés.
- 5) Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que $-2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ est colinéaire à $\overrightarrow{BC}$.

Exercice 6 :

Soit ABC un triangle équilatéral de côté a=4cm. Soit D le point défini par : $3\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

- 1) Exprimer D comme barycentre de A, B et C affectés des coefficients à préciser.
- 2) Soit I milieu de [AC]. Montrer que D est B et I affectés des coefficients à préciser.
En déduire que D est la symétrie de G par rapport à I (G étant le centre de gravité du triangle ABC).
- 3) Soit (E) l'ensemble des points M du plan tels que $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 4\sqrt{3}$.
 - a) Déterminer l'ensemble (E).
 - b) Vérifier que G appartient à (E) et construire (E).