SCIENCE EN HERBE SCIENCE PHYSIQUE TS

TD GRAVITATION UNIVERSELLE :

Exercice 1 :

On suppose que la Terre, de masse M_T, de rayon R_T et de centre O, est une sphère et qu'elle présente une répartition de masse à symétrie sphérique et que le satellite peut être assimilé à un point matériel.

Le satellite artificiel S, de masse m_s, décrit une orbite circulaire de rayon r autour de la Terre.

On suppose que le satellite est soumis uniquement à la force gravitationnelle exercée par la Terre.

On notera K, la constante de gravitation universelle.

1. Exprimer l'intensité du champ de gravitation terrestre G(h) en fonction de M_T, R_T, h et K puis en fonction de R_T, h et G_0 (G_0 étant l'intensité du champ de gravitation terrestre au sol).
2. Montrer que le mouvement du satellite dans le référentiel géocentrique est uniforme.
3. En déduire l'expression de la vitesse v_s du satellite en fonction de G_0, R_T et h puis celle de sa période de révolution T_s.
4. Calculer v_s et T_s sachant que $G_0 = 9{,}8\ m.s^{-2}$; h = 200 km et R_T = 6400 km.
5. METEOSAT 8 : un satellite géostationnaire.

Les satellites météorologiques comme Météosat sont des appareils d'observation géostationnaires.

Ce satellite a été lancé par ARIANE 5 le 28 août 2002. Il est opérationnel depuis le 28 janvier 2004.

Il fournit de façon continue des informations couvrant une zone circulaire représentant environ 42% de la surface de la Terre.

5.1. Préciser les conditions à remplir par METEOSAT 8 pour qu'il soit géostationnaire.

5.2. En déduire, pour METEOSAT 8, la valeur du rayon R_T + h de son orbite puis celle de son altitude h.

Données : $G_0 = 9{,}8\ m.s^{-2}$; R_T = 6370 km ; $K = 6{,}67.10^{-11}$ S.I. ; $M_T = 5{,}98.10^{24}$ kg.

Exercice 2 :

La constante de gravitation universelle est $G = 6{,}67.10^{-11}$ S.I.

On considère une planète P de masse M. Le mouvement de l'un de ses satellites S, assimilé à un point matériel de masse m, est étudié dans un référentiel considéré comme galiléen, muni d'un repère dont l'origine coïncide avec le centre O de la planète P et les trois axes dirigés vers trois étoiles fixes.

On admet que la planète a une distribution de masse à symétrie sphérique et que l'orbite de son satellite est un cercle de centre O et de rayon r.

1. Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée par la planète P sur le satellite S. Faire un schéma.
2. Donner l'expression du vecteur champ de gravitation créé par la planète P au point où se trouve le satellite S. Représenter ce vecteur champ sur le schéma précédent.
3. Déterminer la nature du mouvement du satellite S dans le référentiel d'étude précisé.
4. Exprimer le module de la vitesse linéaire v et la période de révolution T du satellite S en fonction de la constante de gravitation G, du rayon r de la trajectoire du satellite et de la masse M de la planète P.
   Montrer que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante.
5. Sachant que l'orbite du satellite S a un rayon r = 185 500 km et que sa période de révolution vaut T = 22,6 heures, déterminer la masse M de la planète P.
6. Un autre satellite S' de la planète P a une période de révolution T' = 108,4 heures. Déterminer le rayon r' de son orbite.

Exercice 3 :

Un satellite supposé ponctuel, de masse m, décrit une orbite circulaire d'altitude h autour de la Terre assimilée à une sphère de rayon R_T. On fera l'étude dans un référentiel géocentrique considéré comme galiléen.

1. Etablir l'expression de la valeur g du vecteur champ de gravitation à l'altitude h en fonction de sa valeur g_0 au niveau du sol, de R_T et de h.
2. Déterminer l'expression de la vitesse v_S du satellite, celle de sa période et celle de son énergie cinétique. AN. : m_S = 1020 kg, R_T = 6400 km, h = 400 km.
3. L'énergie potentielle du satellite dans le champ de pesanteur à l'altitude h est donnée par la relation : $Ep = -\frac{Gm_S M_T}{R_T + h}$ avec G constante de gravitation et M_T masse de la Terre et en convenant que Ep = 0 pour $h = \infty$. Justifier le signe négatif et exprimer Ep en fonction de m_S, g_0, R_T et h.
   Déterminer l'expression de l'énergie mécanique E du satellite puis comparer Ep à Ec et E à Ec.
4. On fournit au satellite un supplément d'énergie : $\Delta E = + 5.10^8$ J. Il prend alors une nouvelle orbite circulaire.
   En utilisant les résultats du 3, déterminer :
- sa nouvelle énergie cinétique et sa vitesse,
- sa nouvelle énergie potentielle et son altitude.

Exercice 4 :

Uranus est la 7ème planète du système solaire. Elle a été découverte en 1781 par William Herechelle. Elle fût mieux connue par l'homme grâce à son survol, en 1986, par la sonde Voyager II. Uranus met 84 ans pour faire un tour complet autour du soleil. Les cinq plus gros satellites de la planète Uranus ont été découverts grâce aux observations depuis la Terre entre 1787 et 1948. Il s'agit de: Miranda, Ariel, Umbriel, Titania et Obéron.

Le tableau qui suit précise le rayon de la trajectoire décrite par chaque satellite autour d'Uranus et la période de révolution (durée d'un tour autour d'Uranus):

Satellite	Rayon de l'orbite r (10^6 m)	Période de révolution T(jour)
MIRANDA	129,8	1,4
ARIEL	191,2	2,52
UMBRIEL	266,0	4,14
TITANIA	435,8	8,71
OBERON	582,6	13,5

Dans tout le problème, on suppose que la répartition de masse des astres est à symétrie sphérique.

Les mouvements des différents satellites d'Uranus sont étudiés dans le référentiel "Uranocentrique" supposé galiléen.

On donne: G = $6,67.10^{-11}$ SI. On prendra 1 jour = 86400s.

1. On se propose de déterminer la vitesse d'un satellite d'Uranus. On admet que le centre d'inertie du Satellite effectue un mouvement circulaire dans le référentiel "Uranocentrique".

1.1. Rappeler la définition d'un référentiel géocentrique. Définir, par analogie, le référentiel "Uranocentrique".

1.2. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

1.3. Etablir l'expression de la vitesse V du centre d'inertie du satellite en fonction du rayon r de sa trajectoire et de sa période T de révolution.

1.4. Faire l'application numérique pour le satellite Umbriel.

2. Dans la suite, on cherche à déterminer la masse M d'Uranus par deux méthodes.

2.1. Méthode graphique.

La courbe de la fonction $V^2 = f(\frac{1}{r})$ où V est la vitesse du satellite dans le référentiel "Uranocentrique" et r le rayon de l'orbite autour d'Uranus est représentée ci-dessous.

2.1.1. Établir l'expression de la vitesse V en fonction de G, M et r

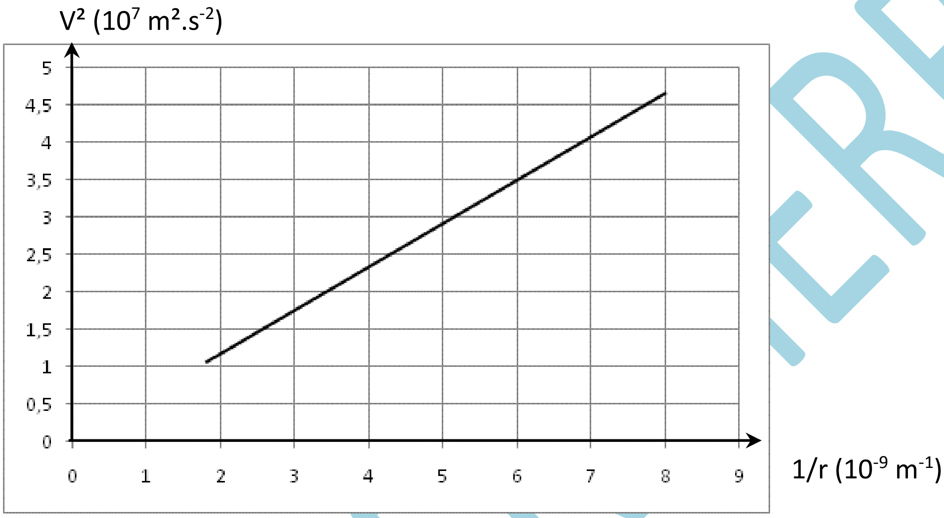
2.1.2. En vous aidant de la courbe, déterminer la masse d'Uranus (il n'est pas demandé de rendre la courbe avec la copie; on expliquera seulement le mode d'exploitation).

2.2. Utilisation de la troisième loi de Kepler

2.2.1. Établir la troisième loi de Kepler $(T^2/r^3)=4\pi^2/GM$)

2.2.2. En utilisant les informations données sur les satellites, montrer, aux erreurs d'expériences près, que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante dont on donnera la valeur numérique.

2.2.3. En déduire la masse d'Uranus et comparer le résultat avec celui obtenu par la méthode graphique.



Exercice 5 :

La terre est assimilable à une sphère homogène de centre O, de masse M et de rayon R. Le champ de gravitation créé par la terre en tout point A de l'espace situé à une distance r du point O est $\vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\vec{u}$: G la constante de gravitation universelle et $\vec{u} = \frac{\overrightarrow{OA}}{OA}$.

1. Un satellite S de masse m décrit d'un mouvement uniforme une orbite circulaire de rayon r autour de la terre. Le mouvement est rapporté au repère géocentrique et on suppose que S est soumis à la seule action du champ de gravitation terrestre.

1.1. Exprimer la vitesse v de S en fonction de l'intensité g_0 du champ de gravitation au sol, de R et de r.

1.2. Déduire l'expression de la période T du mouvement. Calculer T.

A.N. : R = 6400 km ; r = 8000 km ; g_0 = 9,8 m.s^{-2}.

2. A partir du travail élémentaire $dw = \vec{f}.\vec{dr}$ de la force de gravitation exercée par la terre sur le satellite, montrer que le travail de $\vec{f}$, lors de son déplacement du sol jusqu'à l'ordre de rayon r est donné par : $W = mg_0R^2\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$.

3. En déduire l'expression de l'énergie potentielle du système terre - satellite en fonction de g_0, m, r et R. On choisira le niveau du sol comme état de référence pour l'énergie potentielle.

4. Exprimer l'énergie cinétique de S en fonction de m, g_0, r et R. Déduire l'expression de l'énergie mécanique totale.

5. Il se produit une très faible variation dr du rayon, telle que la trajectoire puisse toujours être comme circulaire. Exprimer la variation dv de la vitesse qui en résulte et montrer que : $dv = -\frac{\pi}{T}dr$.