COMPOSITION N°1 DU 2nd SEMESTRE :

DUREE : 3H30

Exercice 1 :

On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6$.

1° a) Vérifier que -2 est une racine de P.

b) En déduire une factorisation de P(x).

c) Résoudre dans IR P(x) = 0.

d) En utilisant la question c) résoudre dans IR $2|1-x|^3 - |1-x|^2 - 7|1-x| + 6 = 0$.

(On pourra poser $X = |1-x|$ **)**

2° a) On pose $g(x) = -x^2 - x - 2$. Factoriser g(x).

b) Soit h la fonction définie par $h(x) = \dfrac{P(x)}{g(x)}$.

Déterminer le domaine de définition de h et simplifier h(x).

c) Résoudre dans IR $h(x) \leq \dfrac{1}{x}$.

Exercice 2 :

1) Soit $x \in \left]-\dfrac{\pi}{2};0\right[$ tel que $\cos x = \dfrac{1}{4}$.

a) Représenter x sur le cercle trigonométrique.

b) Calculer la valeur exacte de sinx.

2) Exprimer en fonction de cosx et sinx l'expression suivante :

$$A(x) = \cos(4\pi - x) + \cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right) + \sin(13\pi - x) - 2\sin\left(x - \frac{5\pi}{2}\right).$$

3) a) Développer $\left(\cos^2 x + \sin^2 x\right)^3$.

b) En déduire que : $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x$.

Exercice 3 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

On considère les droites :

$(D_1)\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases} t \in IR$ et $(D_2): -3x + 2y = 0$.

1) Le point $A\begin{pmatrix}-4 \\ 7\end{pmatrix}$ appartient-il à (D_1) ? Appartient-il à (D_2) ?

2) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs directeurs respectifs de (D_1) et (D_2).

a) Déterminer les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

b) Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ et en déduire que $(D_1) \perp (D_2)$.

3) Calculer les coordonnées de K, le point d'intersection de (D_1) et (D_2).