

**MATHÉMATIQUES**

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées . Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

**EXERCICE 1** (06 points)**A) Questions de cours**

- 1) Rappeler les formes algébrique, exponentielle et trigonométrique d'un nombre complexe  $z$  non nul. (0,75 point)
- 2) Donner l'écriture complexe de la rotation  $r$  de centre  $K(z_0)$ , d'angle  $\theta$ . (0,5 point)

B) On donne  $z_0 = 1 - i\sqrt{3}$ .

- 1) Donner une écriture trigonométrique de  $z_0$ . (0,5 point)
- 2) Montrer que :  $z_0^4 = -8 + 8i\sqrt{3}$ . (0,25 point)
- 3) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^4 = 1$ . (0,5 point)
- 4) En déduire les solutions de (E) :  $z^4 = -8 + 8i\sqrt{3}$  sous la forme algébrique et sous la forme trigonométrique. (01 point)

On peut remarquer que (E) équivaut à :  $\left(\frac{z}{1-i\sqrt{3}}\right)^4 = 1$

- 5) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , unité graphique 2 cm, placer les points A, B, C et D d'affixes respectives  $z_A = 1 - i\sqrt{3}$ ,  $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ ,  $z_C = \sqrt{3} + i$  et  $z_D = -\sqrt{3} - i$ . (0,75 point)
- 6) Donner une écriture complexe de la rotation  $r$  de centre O et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ . (0,5 point)
- 7) Vérifier que :  $r(A) = C$  ;  $r(C) = B$  et  $r(B) = D$ . (0,75 point)
- 8) En déduire que les points A, B, C et D sont situés sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon. (0,5 point)

**EXERCICE 2** (04 points)

Une boîte contient 8 cubes indiscernables au toucher dont un rouge numéroté 1, trois rouges numérotés 2; deux verts numérotés 1, un vert numéroté 2 et un jaune numéroté 2.

**A) Question de cours**

Rappeler la définition de deux événements indépendants d'un espace probabilisé  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$ . (01 point)

- B) Un enfant choisit au hasard et successivement sans remise deux cubes de la boîte. On admettra que la probabilité de choisir un cube est indépendante de son numéro et de sa couleur.

- 1) On note : A, l'événement : « Obtenir des cubes de couleurs différentes » ;  
B, l'événement : « Obtenir au plus un cube portant le numéro 2 ».

- a) Calculer la probabilité de A. (0,25 point)
- b) Vérifier que la probabilité de B est égale à  $\frac{9}{14}$ . (0,25 point)
- c) Les événements A et B sont-ils indépendants ? (0,25 point)

- 2) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de cubes rouges tirés par l'enfant.

- a) Déterminer la loi de probabilité de X. (0,75 point)
- b) Calculer l'espérance mathématique de X. (0,25 point)
- c) Calculer la variance de X. (0,25 point)

- C) L'enfant tire cette fois simultanément trois cubes de la boîte.

- 1) Déterminer la probabilité de l'événement C : « Obtenir au plus un cube portant le numéro 2 ». (0,25 point)

