SCIENCE EN HERBE MATHS TERMINALE S2 & S4 & S5

DEVOIR N°1-1 DU 1er SEMESTRE :

DUREE : 2H

Exercice 1 :

1-Calculer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2x+1}}{x-1}$ c) $\lim\limits_{x\to -\infty} \sqrt{x^2+x+1}-x-1$ e) $\lim\limits_{x\to -\infty} \sin\left(\dfrac{\pi x}{16x^2+3}\right)$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(x-1)^5+(1-x)^3}{x}$ d) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x^2+x+1}-x-1$ f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{\sin^2 2x}$

2-Soit f la fonction définie par $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{3} & si \quad x=-1 \\ \dfrac{\sqrt{x^4+2x^3+x^2}}{(x+1)(x^2-x+1)} & si \quad x\neq -1 \end{cases}$

Etudier la continuité de f en -1.

Exercice 2 :

Pour tout complexe z, on pose $f(z)=z^3-(16-i)z^2+(89-16i)z+89i$.

1) Montrer que l'équation $f(z)=0$ admet une solution imaginaire pur z_0 que l'on déterminera.
2) Ecrire $f(z)$ sous la forme $f(z)=(z-z_0)(z^2+az+b)$, a et b étant deux réels que l'on déterminera.
3) Résoudre l'équation $f(z)=0$.

Exercice 3 :

M est le point d'affixe $z=x+iy$, où x et y sont des nombres réels. A tout $z\neq -1$ on associe $Z=\dfrac{iz^2}{z+1}$.

1) Ecrire Z sous la forme $Z=X+iY$, $(X\in R, Y\in R)$.
2) Déterminer et représenter graphiquement l'ensemble des points M tels que Z soit imaginaire pur.
3) Posons $z=e^{it}$ avec $t\neq \pi[2\pi]$.

   Montrer que : $e^{it}+1=2\cos\left(\dfrac{t}{2}\right)e^{i\frac{t}{2}}$.