COMPOSITION N°2 DU 2nd SEMESTRE :

DUREE : 4H

Exercice 1 :

1° a) Résoudre dans $[0;2\pi[$ l'équation : $\cos 3x = \frac{1}{2}$ et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

b) Exprimer cos3x en fonction de cosx.

2° a) Montrer que les réels : $a = \cos\frac{\pi}{9}; b = \cos\frac{7\pi}{9}; c = \cos\frac{13\pi}{9}$ sont des solutions de l'équation : $8x^3 - 6x - 1 = 0\,(E)$

b) Combien de solutions l'équation (E) peut-elle avoir au maximum ? Quelles sont toutes les solutions de (E) ?

c) En déduire une factorisation de $8x^3 - 6x - 1$.

3° En utilisant la question c) Calculer les valeurs exactes des expressions suivantes :

$$A = \cos\frac{\pi}{9} + \cos\frac{7\pi}{9} + \cos\frac{13\pi}{9}$$

$$B = \cos\frac{\pi}{9}\cos\frac{7\pi}{9} + \cos\frac{\pi}{9}\cos\frac{13\pi}{9} + \cos\frac{13\pi}{9}\cos\frac{7\pi}{9}$$

$$C = \cos\frac{\pi}{9}\cos\frac{7\pi}{9}\cos\frac{13\pi}{9}$$

Exercice 2 :

On considère la fonction f définie par $f(x) = ax + b + \frac{1}{x}$.

1) Déterminer a, b et c pour que la représentation graphique (C) de f passe par le point $A\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}\\ 2\sqrt{2}-1\end{pmatrix}$ et admette en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

2) Montrer que le point $\Omega\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$ est centre de symétrie de (C).

Problème :

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{-x^2+5x}{x^2+5}$, (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1° a) Déterminer D_f et calculer les limites de f aux bornes de D_f.

b) Déterminer les réels a et b tels que : $f(x)=ax+\dfrac{bx}{x^2+5}$.

c) Montrer que f impaire, que peut-on déduire de la courbe (C_f) ?

2° a) Calculer f'(x).

b) En déduire les variations de f et dresser le tableau de variation de f.

3° Soit (D) la droite d'équation : y = –x.

a) Montrer que (D) est asymptote oblique de (C_f).

b) Etudier les positions relatives de (C_f) et (D).

4° Soit (T) la tangente de (C_f) au point d'abscisse 0.

a) Ecrire l'équation réduite de (T).

b) Etudier les positions relatives de (C_f) et (T).

5° a) Préciser les points d'intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses.

b) Construire (D), (T) et la courbe (C_f) dans le repère .