ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE – SÉNÉGAL

AVRIL 2015

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Mathématiques

ORDRE GÉNÉRAL

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

Peut-on importer la démocratie ? Votre démonstration pourra s'appuyer sur des exemples précis.

Sujet n° 2

Dans son livre La crise de la culture, paru en 1961, la philosophe Hannah Arendt écrivait : « *La société de masse ne veut pas la culture mais les loisirs* ». Doit-on opposer culture et loisirs. Qu'en pensez-vous ?

Sujet n° 3

Qu'est-ce que l'amitié ? Vous illustrerez votre propos.

ECOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA - ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA - YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE - SÉNÉGAL

AVRIL 2015

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Mathématiques

1ère COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Le sujet est constitué d'un problème d'analyse et d'un problème d'algèbre linéaire indépendants. Tout résultat donné dans l'énoncé pourra être admis dans les questions suivantes. Le plus grand soin sera apporté à la rédaction et à la présentation des résultats.

Notations : on note $\mathbb{N}$ l'ensemble des entiers naturels et $\mathbb{R}$ le corps des nombres réels. Pour $m \in \mathbb{N}$, on note $\mathbb{R}[X]$ l'espace des fonctions polynômes à coefficients réels et $\mathbb{R}_m[X]$ le sous-espace de $\mathbb{R}[X]$ des fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à m. On identifie les polynômes avec les fonctions polynômes associées. Pour tout $a, b \in \mathbb{R}$ $(a < b)$, on note $\mathcal{C}([a,b])$ l'ensemble des fonctions réelles continues définies sur l'intervalle $[a,b]$.

1 Problème d'analyse

Le but du problème est d'étudier des méthodes classiques d'intégration numérique afin de proposer des approximations de la valeur de certaines intégrales.

On définit I l'opérateur d'intégration sur $\mathcal{C}([a,b])$ de la manière suivante :

$$I : \begin{array}{rcl} \mathcal{C}([a,b]) & \to & \mathbb{R} \\ f & \mapsto & \displaystyle\int_a^b f(x)\mathrm{d}x. \end{array}$$

1.1 Préliminaires

1. Montrer que pour tout $f \in \mathcal{C}([a,b])$, on a $I(f) \leq (b-a) \sup\limits_{x\in[a,b]} |f(x)|$.
2. Montrer que pour tout $f \in \mathcal{C}([a,b])$ positive, on a $I(f) \geq (b-a) \inf\limits_{x\in[a,b]} f(x)$.

3. Monter que I est un opérateur linéaire, c'est-à-dire que

$$\text{Pour tout } \lambda \in \mathbb{R}, \text{et pour tout } f, g \in \mathcal{C}([a,b]), \qquad \lambda I(f) + I(g) = I(\lambda f + g).$$

4. Dans le cas où $0 < a < b < 1$, calculer $I(\sqrt{1-x^2})$.
5. En déduire la valeur de $4\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$.

1.2 Formules de quadrature

On se fixe un entier $n \geq 1$. Soit $(x_i)_{i=1,\dots,n}$ une suite de n points de l'intervalle $[a,b]$ tels que $a \leq x_1 < \cdots < x_n \leq b$. Soit également $(w_i)_{i=1,\dots,n}$ une famille de n réels <u>positifs</u>. On note $Q(f)$ le réel tel que pour toute fonction $f \in \mathcal{C}([a,b])$

$$Q(f) = \sum_{i=1}^{n} w_i f(x_i).$$

On parle alors d'une formule de quadrature "à n points".

6. Monter que Q est un opérateur linéaire, c'est-à-dire que

$$\text{Pour tout } \lambda \in \mathbb{R}, \text{et pour tout } f, g \in \mathcal{C}([a,b]), \qquad \lambda Q(f) + Q(g) = Q(\lambda f + g).$$

7. Montrer que $|Q(f)| \leq \left(\sup_{x\in[a,b]} |f(x)|\right) \sum_{i=1}^{n} w_i$.
8. Montrer que $|Q(f)| \leq n \left(\sup_{x\in[a,b]} |f(x)|\right)\left(\sup_{i=1,\dots,n} w_i\right)$.
9. Montrer que pour toute fonction positive croissante

$$\sum_{i=1}^{n-1} w_i f(x_i) \leq \left(\sup_{i=1,\dots,n-1} \frac{w_i}{x_{i+1}-x_i}\right) I(f).$$

10. Montrer que pour toute fonction positive décroissante

$$\sum_{i=2}^{n} w_i f(x_i) \leq \left(\sup_{i=2,\dots,n} \frac{w_i}{x_i - x_{i-1}}\right) I(f).$$

1.3 Polynômes d'interpolation

Lorsque $Q(p) = I(p)$ pour tous les polynômes $p \in \mathbb{R}_m[X]$ alors on dit que l'opérateur Q "intègre exactement les polynômes d'ordre m".

11. Proposer un opérateur de quadrature (noté Q_1) "à 1 points" qui intègre exactement les polynômes d'ordre 0 (les constantes).

On note $p_n[f]$ le polynôme d'interpolation de la fonction $f \in \mathcal{C}([a,b])$ tel que

$$p_n[f] : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \displaystyle\sum_{i=1}^{n} f(x_i) L_i(x), \end{array}$$

où L_i est le i-ème polynôme de Lagrange associé à la famille $(x_i)_{i=1,\dots,n}$, c'est-à-dire

$$L_i(x) = \frac{\prod\limits_{j\neq i, j=1}^{n} (x - x_j)}{\prod\limits_{j\neq i, j=1}^{n} (x_i - x_j)}$$

12. Montrer que $p_n[f](x_i) = f(x_i)$ pour tout $i \in \{1, \dots, n\}$.
13. Lorsque $w_i = I(L_i)$ pour tout $i \in \{1, \dots, n\}$, montrer que $I(p_n[f]) = Q(f)$.

On pose F la fonction

$$\begin{aligned} F : \mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ t &\mapsto f(t)(b-a) - \int_a^b f(x)\mathrm{d}x \end{aligned}$$

14. Montrer que F s'annule au moins une fois sur $[a, b]$.
15. En déduire que tout opérateur Q "à 1 point" qui intègre exactement les constantes vérifie $|Q(f) - I(f)| \leq (b-a)^2 \sup\limits_{x\in[a,b]} |f'(x)|$ dès que f est dérivable.
16. Proposer un opérateur de quadrature (noté Q_2) "à 2 points" qui intègre exactement les polynômes d'ordre 0 et 1 (les fonctions affines).
17. Proposer un opérateur de quadrature (noté Q_3) "à 3 points" avec $x_1 = a$, $x_2 = \dfrac{a+b}{2}$ et $x_3 = b$ qui intègre exactement les polynômes d'ordre 0, 1 et 2.

1.4 Estimation d'erreur

Dans cette partie on suppose que $x_1 = a < x_2 < \cdots < x_{n-1} < b = x_n$ et on définit :

Q_n^{gauche} l'opérateur "à n points à gauche" tel que $Q_n^{gauche}(f) = \sum\limits_{i=1}^{n-1}(x_{i+1} - x_i)f(x_i)$, et

Q_n^{droite} l'opérateur "à n points à droite" tel que $Q_n^{droite}(f) = \sum\limits_{i=2}^{n}(x_i - x_{i-1})f(x_i)$.

18. Donner les familles $(w_i^{gauche})_{i=1,\dots,n}$ et $(w_i^{droite})_{i=1,\dots,n}$ associées à ces deux opérateurs.
19. Montrer que les deux opérateurs Q_n^{gauche} et Q_n^{droite} "à n points" vérifient

$$\max\left\{\left|Q_n^{gauche}(f) - I(f)\right|, \left|Q_n^{droite}(f) - I(f)\right|\right\} \leq \frac{(b-a)^2}{2} \sup_{x\in[a,b]} |f'(x)|$$

20. Trouver un entier $n \geq 2$ et un couple $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ tel que l'opérateur $Q = \alpha Q_n^{gauche} + \beta Q_n^{droite}$
    a) soit un opérateur "à n points" (préciser les familles $(x_i)_{i=1,\dots,n}$ et $(w_i)_{i=1,\dots,n}$ associées),
    b) intègre exactement les polynômes d'ordre 0 et 1
    c) vérifie $|Q(f) - I(f)| \leq \dfrac{(b-a)^2}{2} \sup\limits_{x\in[a,b]} |f'(x)|$.

2 Problème d'algèbre

Le but du problème d'algèbre est d'étudier différentes méthodes d'approximation d'un nuage de point, il traite d'interpolation polynômiale, de moindres carrés et de régression linéaire.

Pour cela, on se fixe un entier $n \geq 1$ et deux familles $(x_i)_{i=1,\dots,n}$ et $(y_i)_{i=1,\dots,n}$ qui représentent les coordonnées $(x_i, y_i)_{i=1,\dots,n}$ d'un nuage de points dans $\mathbb{R}^2$. On suppose que les x_i sont tous différents, ce sont les abscisses des points du nuage. On ne suppose rien sur les y_i, ce sont les ordonnées des points du nuage.

2.1 Approximation polynômiale

On dit qu'un polynôme $p \in \mathbb{R}_m[X]$ approche k points du nuage lorsque $p(x_i) = y_i$ pour une famille d'au moins k indices i dans $\{1, \dots, n\}$.

1. On cherche un polynôme qui approche 2 points du nuage. Donner la forme du polynôme dans $\mathbb{R}_1[X]$ qui approche x_1 et x_2.
2. On cherche un polynôme qui approche 3 points du nuage. Donner la forme du polynôme dans $\mathbb{R}_2[X]$ qui approche le nuage $(0, y_1; 1, y_2; 2, y_3)$.
3. On cherche un polynôme qui approche n points du nuage sous la forme
$$P(X) = a_0 + a_1 X + \cdots + a_{n-1} X^{n-1}.$$
Montrer que $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ est solution d'un système linéaire à n équations et n inconnues.
4. On pose M la matrice de ce système linéaire. Montrer que M peut s'écrire sous la forme
$$M = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & \cdots & x_1^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_i & \cdots & x_i^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & \cdots & x_n^{n-1} \end{pmatrix}.$$
5. Calculer le déterminant de cette matrice M.
6. En déduire que le système admet une unique solution.
7. Soit un entier $j \in \{1, \dots, n\}$. Donner la formule exacte du polynôme L_j qui approche un nuage de points d'abscisses $(x_i)_{i=1,\dots,n}$ et d'ordonnées $(y_i)_{i=1,\dots,n}$ telles que $y_j = 1$ et $y_i = 0$ si $i \neq j$.
8. En déduire une formule équivalente pour le polynôme P de la question 3. qui fait intervenir les L_j pour $j \in \{1, \dots, n\}$.

2.2 Projection orthogonale

On pose $\langle \cdot, \cdot \rangle$ la forme bilinéaire sur $\mathcal{C}([a, b])$ telle que
$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x) g(x) \mathrm{d}x \text{ pour toutes fonctions } f, g \in \mathcal{C}([a, b]).$$
On pose f une fonction continue sur $[a, b]$ telle que $f(x_i) = y_i$ pour tout $i \in \{1, \dots, n\}$. On cherche à montrer qu'il existe un unique polynôme $Q \in \mathbb{R}_{m-1}[X]$ tel que
$$\langle f - Q, f - Q \rangle = \inf_{P \in \mathbb{P}_{m-1}} \langle f - P, f - P \rangle$$

On parlera de la solution du problème de projection orthogonale.

9. Montrer que $\langle \cdot, \cdot \rangle$ est un produit scalaire sur $\mathcal{C}([a,b])$.
10. En déduire que $\sqrt{\langle f, f \rangle}$ définit une norme sur $\mathcal{C}([a,b])$ notée $\|f\|$.
11. Supposons que Q soit une solution du problème de projection orthogonale. On pose $\tilde{Q}$ un autre polynôme de $\mathbb{R}_{m-1}[X]$. Montrer que

$$\|f - Q - t\tilde{Q}\|^2 - \|f - Q\|^2 \geq 0,$$

pour tout $t \in \mathbb{R}$.

12. En déduire que $\langle f - Q, \tilde{Q} \rangle = 0$.
13. Conclure sur l'unicité du polynôme solution du problème de projection orthogonale.
14. Montrer que $\langle f, X^j \rangle = \langle Q, X^j \rangle$ pour tous les monômes X^j pour $j \leq m - 1$.
15. Lorsque $n = m$, et en notant $Q = a_0 + a_1 X + \cdots + a_{n-1} X^{n-1}$, montrer que $(a_0, a_1, \ldots, a_{n-1})$ est solution d'un système linéaire de n équations à n inconnues.
16. On pose M la matrice de ce système linéaire. Montrer que M peut s'écrire sous la forme

$$M = \begin{pmatrix} 1 & \ldots & 1/j & \cdots & 1/n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1/i & \ldots & 1/(i+j-1) & \cdots & 1/(i+n-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ 1/n & \cdots & 1/(n+j-1) & \cdots & 1/(n+n-1) \end{pmatrix},$$

ou plus simplement $M_{i,j} = 1/(i+j-1)$ pour tout $i, j \in \{1, \ldots, n\}$.

2.3 Moindres carrés

Lorsqu'on ne cherche plus à approcher ni exactement ni orthogonalement le nuage, on peut chercher à minimiser l'erreur quadratique entre le polynôme et les points. On parle d'approximation aux moindres carrés. Elle est définie ainsi : trouver un polynôme $R \in \mathbb{R}_m[X]$ tel que

$$\sum_{i=1}^{n} (R(x_i) - y_i)^2 = \inf_{P \in \mathbb{P}_m} \sum_{i=1}^{n} (P(x_i) - y_i)^2.$$

On note encore $R = a_0 + a_1 X + \cdots + a_{n-1} X^{n-1}$, on pose M la matrice de $\mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{R})$ telle que

$$M = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & \ldots & x_1^{j-1} & \cdots & x_1^{m-1} \\ 1 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_i & \ldots & x_i^{j-1} & \cdots & x_i^{m-1} \\ 1 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ 1 & x_n & \ldots & x_n^{j-1} & \cdots & x_n^{m-1} \end{pmatrix},$$

ou simplement $M_{i,j} = x_i^{j-1}$. Enfin on pose A le vecteur colonne $(a_0, \ldots, a_{m-1})$ et Y le vecteur colonne $(y_1, \ldots, y_n)$.

17. Montrer que trouver le polynôme de minimisation du problème des moindres carrés est équivalent à résoudre le système

$$\|MA - Y\|_2 = \inf_{Z \in \mathbb{R}^n} \|MZ - Y\|_2$$

où $\|\cdot\|_2$ est la norme euclidienne canonique sur l'espace $\mathbb{R}^n$.

18. On note M^T la transposée de M. Montrer que la matrice $M^T M$ est diagonalisable.

On note V la matrice de passage de $\mathcal{M}_{m,m}(\mathbb{R})$ telle que $V^T M^T M V = D$ où D est une matrice diagonale de la forme

$$D = \begin{pmatrix} d_1^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & d_m^2 \end{pmatrix}.$$

On note c_j le j-ème vecteur colonne de la matrice MV et v_j le j-ème vecteur colonne de la matrice V. Et J l'ensemble des indices $j \in \{1, \dots, m\}$ tels que $d_j \neq 0$.

19. Montrer que $M = \sum_{j \in J} c_j v_j^T$.
20. Montrer que les vecteurs $u_j = c_j / d_j$ pour les d_j non nuls forment une base orthonormée de l'image de M.
21. Expliquer pourquoi on peut compléter la famille des $(u_j)_{j \in J}$ en une base orthonormée de $\mathbb{R}^n$.

On note U la matrice composée par l'ensemble de ces vecteurs.

22. Montrer que les vecteurs colonnes v_j de V pour $j \in J$ forment une base de l'image de M^T.
23. Montrer que les vecteurs colonnes v_j de V pour $j \notin J$ forment une base du noyau de M.

On pose E la matrice de $\mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ telle que

$$E = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1/d_1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & 1/d_m & 0 & \dots & 0 \end{array}\right).$$

24. On suppose que le rang de M est m. Montrer que la solution des moindres carrés est donnée par $A = VEU^T Y$.
25. Quelle est la forme d'une solution lorsque le rang de M n'est plus supposé égal à m ?

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE – SÉNÉGAL

AVRIL 2015

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Mathématiques

2ème COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Dans toute cette épreuve, R ***désigne l'ensemble des nombres réels.***

Exercice n° 1

Pour n entier naturel, la fonction réelle f_n est définie par : $f_n(x) = \dfrac{x^2 + nx + 1}{x+1}$

1. Etudier les variations de f_0 et donner l'allure de son graphe.
2. Le graphe de la fonction f_0 admet-il un centre de symétrie ? Si oui, préciser ce centre.
3. La fonction f_n admet-elle un point fixe ? un centre de symétrie ?
4. Calculer $I_0 = \int_0^1 f_0(x)\, dx$
5. Calculer $I_n = \int_0^1 f_n(x)\, dx$ pour tout n et en déduire sa limite.

Exercice n° 2

Soit $f :]0, +\infty] \to R$ définie par : $f(x) = \left(x + \dfrac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

1. Etudier les variations de f et tracer son graphe.
2. Etudier la convergence des intégrales : $\int_0^1 f(x)\,dx$ et $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$

3. Etudier la suite (u_n) de nombre réels définie par : $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n}$ et $u_0 > 0$

4. Etudier la suite (w_n) de nombre réels définie par : $w_{n+1} = w_n . f(w_n)$ et $w_0 > 0$

Exercice n° 3

Soit $M = \begin{pmatrix} p & q/2 & q/2 \\ q/2 & p & q/2 \\ q/2 & q/2 & p \end{pmatrix}$, où $p, q > 0$ et $p + q = 1$

1. Déterminer les valeurs propres de la matrice *M*.
2. Etudier la diagonalisation de la matrice *M*.
3. Calculer M^n pour tout entier *n*.
4. Calculer $\underset{n \to \infty}{Lim} M^n$

Exercice n° 4

Soit $f : R^2 \to R$ définie par : $f(x, y) = \begin{cases} 0 \text{ si } y = 0 \\ y^2 \sin(\frac{x}{y}) \text{ si } y \neq 0 \end{cases}$

1. Etudier la continuité de f
2. Montrer que f admet des dérivées partielles premières en tout point.
3. Etudier la continuité des dérivées partielles premières de f.
4. Etudier la différentiabilité de f.

Exercice n° 5

On considère *n* valeurs réelles x_i, *i* = 1 à *n*, strictement positives et telles que : $x_i < x_{i+1}$ pour tout *i* compris entre 1 et *n*-1. Soit α un paramètre réel.

1. Résoudre le problème d'optimisation suivant : $\underset{\alpha}{Min} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \alpha)^2$

2. On suppose que $\alpha \geq x_n$. Résoudre dans ce cas, le problème : $\underset{\alpha}{Min} \sum_{i=1}^{n} |x_i - \alpha|$.

   On notera m_1 la valeur de ce minimum et α_1 son argument.

3. On suppose que $\alpha \leq x_1$. Résoudre dans ce cas, le problème : $\underset{\alpha}{Min} \sum_{i=1}^{n} |x_i - \alpha|$.

   On notera m_2 la valeur de ce minimum et α_2 son argument.

4. Comparer m_1 et m_2.

Exercice n° 6

Soient q_1 et q_2 deux applications définies sur $M_n(R)$ respectivement par :

$q_1(A) = (Tr(A))^2$ et $q_2(A) = Tr({}^tAA)$,

où $M_n(R)$ désigne l'ensemble des matrices carrées d'ordre n à coefficients réels,

$Tr(A)$ la trace d'une matrice A de $M_n(R)$ et ${}^tA$ la transposée de A.

1. Montrer que q_1 et q_2 sont des formes quadratiques.
2. q_1 et q_2 sont-elles positives ? définies positives ?

Exercice n° 7

Soit f la fonction réelle définie par : $f(x) = \begin{cases} a.3^{-x} & \text{si } x > 0 \\ a.3^{x} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$, où a est un paramètre réel

1. Déterminer le paramètre a pour que f soit la densité d'une loi de probabilité.

2. Soit X la variable aléatoire dont f est la densité. Déterminer la fonction de répartition de X.

3. Calculer, si elle existe, l'espérance de X.

4. Soit $Y = 3^X$. Déterminer la fonction de répartition de Y et son espérance, si elle existe.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE – SÉNÉGAL

AVRIL 2015

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Mathématiques

CONTRACTION DE TEXTE

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Sujet : Vous résumerez en 150 mots le texte ci-après de Dominique Bocquet extrait de l'ouvrage « Pour une mondialisation raisonnée. Les révolutions discrètes de l'OCDE » paru en 2012. Vous n'oublierez pas d'indiquer le nombre de mots utilisés à la fin de votre copie.

Pour une mondialisation raisonnée

(…) Actuellement, c'est l'ascension des pays émergents qui domine la scène multilatérale. Elle entraine à la fois un renforcement de l'interdépendance (dont les enjeux climatiques ou la crise financière fournissent des exemples frappants) et un surcroît d'attachement à la notion de souveraineté. Autrement dit, elle accroit le dilemme du multilatéralisme.

Dans les pays historiquement les plus engagés dans le multilatéralisme (Europe, Etats-Unis), cette ascension tend à crisper l'opinion et à alimenter les réflexes souverainistes. Surtout, chez les pays émergents, un vif attachement à la souveraineté nationale s'exprime. Il procède d'une « revanche » historique, après les phases de perte d'autorité et souvent d'indépendance subies antérieurement par ces pays. A cela s'ajoute une donnée géographique élémentaire : les grands pays émergents détiennent, de par leur population, la taille critique pour peser au niveau mondial[1].

Ainsi, l'ascension des pays émergents tend à tirer le système international dans un sens « intergouvernemental », confortant ce qu'il est convenu d'appeler l'ordre westphalien du monde.

[1] La Chine et l'Inde sont chacune plus peuplées que l'Europe et les Etats-Unis. Avec ses 170 millions d'habitants, le Brésil surplombe en puissance les autres pays d'Amérique du Sud et peut de ce fait ambitionner une influence majeure. Ceci représente une différence décisive face à l'irruption des Super-grands (Etats-Unis et URSS) en 1945. Après cinq siècles de domination européenne du monde, ils étaient brutalement rappelés à la réalité de leur poids numériques. Cette prise de conscience entra pour beaucoup dans l'élan initial de la construction européenne.

Selon ce principe, seules sont valables les décisions communes prises par les gouvernements des Etats souverains. Mais, encore faut-il que des décisions soient effectivement prises. C'est là que les difficultés commencent : l'accord systématique de tous est une condition difficile à *remplir en soi*[2].

Même s'ils constituent un progrès (en écartant une forme de domination), la remise en cause de l'hégémonie américaine et l'avènement d'un monde multipolaire introduisent un élément supplémentaire de complexité. Lorsqu'il existe une puissance dominante, à même d'influencer les autres pays, elle peut jouer un rôle fédérateur pour favoriser la prise de décision dans l'espace multilatéral. Quand ils ne sont pas écartés par eux-mêmes de l'esprit multilatéral, les Etats-Unis ont abondamment joué ce rôle qui atténue quelque peu, dans la pratique, le principe westphalien d'égale souveraineté entre les Etats[3].

Un mécanisme de nature assez proche réside dans le rôle facilitateur, voire directeur, des grands Etats. Les négociations multilatérales en offrent de nombreux exemples. Toutefois, il est mal vécu par les « petits » pays si le jeu est poussé trop loin car il aboutit à une forme de directoire des grands, lui aussi contraire à l'égalité entre Etats.

Enfin, le seul fait que les équilibres mondiaux connaissent une évolution rapide (entre autres du fait de l'émergence) incite certains pays à souhaiter un contrôle intergouvernemental accru sur les décisions et les choix collectifs. Tel est souvent le cas des pays pensant être gagnants dans les changements de rapport de force : ils peuvent soupçonner les accords et compromis passés (dont les organisations internationales tirent souvent leurs mandats) de refléter un équilibre moins favorable à ce qu'ils pourraient dorénavant escompter.

La gestion de cette contradiction ramène inévitablement au multilatéralisme : même, accrochés à la notion de souveraineté, les Etats ont un immense besoin de contacts, de « socialisation[4] » entre eux, ne serait-ce que pour se consulter plus facilement. Le multilatéralisme peut également produire des règles (du type de celles de l'OMC). Ce processus est moins inconciliable que d'autres avec la contrainte de l'unanimité car l'élaboration de règles appelle de toute façon une certaine lenteur (nécessaire à l'obtention de règles de qualité qui ne soient pas de pure circonstance) ou encore à régler des crises.

Mais tout n'est pas affaire de règles. Dans un monde interdépendant, il faut pouvoir gérer de conserve des politiques communes et des mécanismes de régulation intégrés, ou encore réagir à des crises.

---

[2] La règle de l'unanimité exige l'accord de tous, ce faisant, le rend plus difficile… ! Le « père de l'Europe » Jean Monnet avait insisté sur ce point : la règle de l'unanimité incite à durcir les positions, chaque pays ayant un pouvoir de véto, étant tenté d'imposer ses objectifs. De là, l'introduction révolutionnaire dans certaines procédures communautaires du vote à la majorité qualifiée. A ses yeux, le but n'était pas de faire l'économie du consensus (préférable au passage en force), mais au contraire de le faciliter en obligeant chaque pays à se montrer conciliant sur les aspects non essentiels pour lui. C'est, en pratique, ce qui se passe au Conseil des ministres de l'Union européenne : sur les sujets autorisant des décisions majoritaires, le consensus est fréquent.

[3] Un cas extrême et situé hors du champ économique est constitué par l'OTAN de la guerre froide. Théoriquement, cette organisation était strictement intergouvernementale et égalitaire. Concrètement, les Etats-Unis disposaient d'un argument massue pour faire prévaloir leur volonté : la garantie de sécurité qu'ils apportaient, face à la menace soviétique, grâce à leur poids militaire. Au-delà, la capacité des Etats-Unis à influencer, même partiellement, les positions des autres pays est l'une des clés du multilatéralisme de l'après-guerre, ce qui les a encouragés dans le choix multilatéral.

[4] Ce terme est notamment utilisé dans l'excellente contribution de Pierre Grosser : « De 1945 aux années 1960 : une efforescence sur fond de guerre froide et de décolonisation », in Bertrant Badie et Guillaume Devin, Le multilatéralisme : nouvelles formes de l'action internationale, La Découverte, Paris, 2007, pp 23 à 40.

Pour se préparer à de tels défis, il est souhaitable que les Etats conduisent entre eux le plus possible de travail analytique de fond, même si, en apparence, ce travail semble modeste lorsqu'il se borne à bâtir des cadres d'analyse économique ou des diagnostics de base. En effet, même s'il ne permet généralement pas d'aboutir à des résultats à brève échéance, c'est ce travail de fond qui, sur le plus long terme, produit des pistes pertinentes d'accords et de coopération.

En réalité, le principe westphalien, aussi vivace soit-il dans les esprits, n'est pas forcément tenable jusqu'au bout dans un monde interdépendant. Un vif besoin d'actions communes se manifeste et il peut arriver que la « nécessité fédérale », à force d'être sous-estimée, se venge.

La crise financière survenue en 2008 en fournit un bon exemple : la pression des événements a obligé les Etats à introduire dans l'urgence des procédures contraignantes auxquelles ils s'étaient auparavant refusées au nom du dogme de souveraineté.

La décision du G20 de menacer les paradis fiscaux de sanctions en est une première illustration. Cette action s'est brusquement révélée indispensable et urgente pour préserver la capacité fiscale des Etats contraints de renflouer les banques. Elle n'a pu être opérationnelle que parce que les bases avaient été préalablement définies à froid par les travaux de l'OCDE[5].
(…)

Dominique Bocquet
Pour une mondialisation raisonnée
Les révolutions discrètes de l'OCDE
P. 30-33

---

5 L'un des éléments centraux, dans le travail accompli par l'OCDE, a été de distinguer entre, d'une part, la concurrence fiscale normale (qui ne peut être interdite dans un monde où coexistent des choix collectifs différents et où la liberté des échanges est reconnue) et, d'autre part, la concurrence fiscale dommageable. Les travaux de l'Organisation ont permis, au fil des années, de bâtir un consensus entre experts sur la définition de cette dernière sans quoi aucune avancée concrète n'aurait été possible.