SCIENCE EN HERBE **MATHS PREMIERE S1 & S3**

COMPOSITION N°1 DU 1er SEMESTRE :

DUREE : 4H

Exercice 1 :

1) Déterminer un polynôme P de degré 4 vérifiant $P(x)-P(x-1)=x^3$. Calculer $S=1+2^3+3^3+......+n^3$

2) On se propose de résoudre une équation du troisième degré ne possédant pas à priori, une racine particulière.

A. Soit le polynôme $P(x)=10x^3-9x^2+9x+1$

a) On pose x = y +h. Déterminer le polynôme Q(y) obtenu en remplaçant x par x par y + h dans P(x).

b) Déterminer h de façon que : $Q(y)=10(y^2+\alpha y+\beta)$ où α et β sont deux réels que l'on déterminera.

B. Cette partie a pour but de déterminer deux réels les racines de Q(y).

1) Déterminer deux réels b et c tels que : $\beta=b^3+c^3$ et $\alpha=-3bc.$

2) Prouver que $y^3+b^3+c^3-3ybc$ est factorisable par y + b + c. Effectuer alors cette factorisation.

3) Déduire de ce qui précède une racine de Q(y) puis une racine de P(x).

C. Terminer la résolution de l'équation P(x) = 0.

Exercice 2 :

I)

Déterminer les réels m, p et n pour que le polynôme $P(x)= x^5 - 2x^4 - 6x^3 + mx + nx + p$ Soit factoriser par $(x-3)(x^2-1)$

Résoudre alors l'équation $P(x) \leq 0$.

II)

Résoudre l'équations: $\sqrt{3-2x} + \sqrt{5+2x} = 4$

Problème :

$$f(x)=\begin{cases} -x+2-\dfrac{2x}{x^2+1} \; si \; x\in\left]-\infty;1\right] \\ x\sqrt{x^2-1} \; si \; x\in\left]1;+\infty\right[\end{cases}$$

1) a) Déterminer l'ensemble de définition de f.

b) Etudier la dérivabilité de f $x_0=1$

En déduire une interprétation graphique des résultats.

2) Etudier les variations de f et dresser le tableau de variation de f

3) Montrer que C_f admet une asymptote (D) d'équation $y=-x+2$.

4) Etudier la position relative de C_f par rapport (D) sur $]-\infty,1[$

5) Soit g la restriction de f sur $]-\infty,1[$

Montrer que la fonction g définie une bijection de $]-\infty,1[$ vers un autre intervalle J à préciser.

6) Construire avec deux couleurs différentes C_f et $C_{g^{-1}}$ dans un même repère orthonormé.