

REVISION DU 1^{er} TRIMESTRE :

SERIE N°1 : CALCUL DANS R

Exercice 1 :

- 1) Soit a un nombre différent de 0 et de -1. Ecrire l'expression suivante sous forme de quotient

$$A = \frac{1}{a+1} - \frac{1-\frac{1}{a}}{1+\frac{1}{a}}$$

- 2) Soient a, b et c trois réels tous différents. Simplifier l'expression suivante

$$B = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

Exercice 2 :

- 1) Ecrire sous la forme $2^m \times 3^n$, avec $m, n \in \mathbb{Z}$

$$A = 2 * 3^{-5} * 4 * 3^6 \quad ; \quad B = (-2^3 * 3^{-2})^{-1} * (3^{-1} * 2)^{-3}$$

- 2) Ecrire sous la forme $2^m \times 3^n \times 5^p$, avec $m, n, p \in \mathbb{Z}$

$$C = \frac{(2^3)^2 * (5^{-1})^3}{(6^2)^3 * (2^{-4})^{-2}} \quad ; \quad D = \frac{10^{-2} * (-3)^3}{-2 * 3^2}$$

$$E = \frac{(-18)^7 * 2^4 * (-50)^3}{(-25)^6 * (-4)^5 * (-27)^2} \quad ; \quad F = \frac{(-5)^3 * (-15)^{-7} * 2^{-12}}{5^5 * (3^4 * 16)^{-3}}$$

- 3) Ecrire sous la forme $a^m \times b^n \times c^p$, avec $m, n, p \in \mathbb{Z}$

$$G = \frac{(a^{-3}c^2)^4 * (-b^3a^2c^{-5})^{-2}}{(a^{-1}b^{-4}c^{-6})} \quad ; \quad H = \frac{(a^4b^2c^{-1})^3 a^2 b^2 c^3}{(a^2bc^{-1})^2 abc}$$

$$I = \frac{(a^2b^5c^{-4})^2}{(a^{-3}b^{-1})^4} \quad ; \quad J = \frac{(ab^{-2}c^3)^4 (a^4b^5c^{-6})^{-2}}{(a^{-7}b^8c^7)^5 (a^6b^5c^4)^2}$$

Exercice 3 :

- 1) On donne le réel $W = \sqrt{7 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{7 + 2\sqrt{6}}$.

- a) Quel est le signe de W ?
 b) Calculer W^2 et en déduire une valeur simple de W .

- 2) a) Calculer $(2 - 3\sqrt{2})^2$ et donner le signe de $2 - 3\sqrt{2}$.

- b) En déduire $\sqrt{22 - 12\sqrt{2}}$.

- 3) Simplifier les expressions suivantes :

$$X = \sqrt{4 + \sqrt{7}} - \sqrt{4 - \sqrt{7}} \quad ; \quad Y = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} \quad ; \quad Z = \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} - 2\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$$

Exercice 4 :

- 1) Résoudre dans R les équations suivantes :

a) $|-3x + 4| - 2 = 0$; b) $4x - 2|1 - 2x| = 5$; c) $|-3x + 2| + 5x - 7 = 0$

d) $1 - 2|-4x - 5| = 0$; e) $\frac{3}{x-2} + \frac{2}{3x+5} = 0$; f) $E(3x - 4) = 3$

- 2) Résoudre dans R les inéquations suivantes :

a) $|-2x + 3| \geq 3$; b) $|-5x + 1| \leq 4$; c) $|7 + 2x| \geq -3$

d) $|6x - 4| \geq 7$; e) $\frac{3x+4}{1-2x} \leq -1$; f) $\frac{-2}{3-5x} \leq 0$

Exercice 5 :

- 1) Démontrer que : $\frac{1}{x^2+y^2} \leq \frac{1}{2xy}$.
- 2) a) En déduire que : $\forall x, y \in R_+^*, \frac{x+y}{x^2+y^2} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$.
b) En utilisant des inégalités semblables, démontrer que $\forall x, y, z \in R_+^*$, on a :
$$\frac{x+y}{x^2+y^2} + \frac{y+z}{y^2+z^2} + \frac{z+x}{z^2+x^2} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$
.
- 3) Démontrer que : $\forall x, y \in R_+^*, \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{x+y+2\sqrt{xy}}$.

SERIE N°2 : VECTEUR

Exercice 1 :

Dans un triangle ABC, on considère les points M de [AB], I celui de [MC] et K tel que $\overrightarrow{CK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$.

- 1) Montrer que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
- 2) En déduire que les points A, I et K.

Exercice 2 :

Soit ABCD un parallélogramme.

- 1) Construire les points I, j et K définis par $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{8}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$.
- 2) Exprimer les vecteurs \overrightarrow{IB} et \overrightarrow{KJ} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} .
- 3) En déduire que les droites (BI) et (JK) sont parallèle.
- 4) Soit H la symétrie de K par rapport à C. Montrer que I, J et H sont alignés.

Exercice 3 :

Soit ABCD un parallélogramme. On considère le point E définie par $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{DA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et le point F la symétrie de E par rapport à C.

- 1) Démontrer que ADBF est un parallélogramme.
- 2) Démontrer que E est le milieu de [AB] et B celui de [BF].

Exercice 4 :

ABCD est un trapèze tel $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AD}$, k est un nombre réel et M un point tel que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ se projette en O sur (AC) et en P sur (CD) parallèlement à (BC).

- 1) Montrer que $\overrightarrow{MO} = 2k\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{NP} = (1-k)\overrightarrow{AD}$.
- 2) Déterminer le réel k pour que O soit le milieu de [MP], pour que $\overrightarrow{MN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$.